

动态开放环境下一堂数理综合探究课

一组有关“连杆机构”的想象实验 及其数学探究初步

求师得教育实验室 邱发文¹

相关地址：

<http://www.qiusir.com/imaginationlab2000/main.htm>

轻松、和谐、舒畅的课堂氛围的营造(音乐)，对客人的进入表示欢迎。上课前和本节课程相关的精美图片课应制作及音乐背景的 PPT 文件。对学生和听课者提前渗透。(students' work)

目的：想象拓展空间、实践丰富内涵；通过“原型”启发、实现概括迁移

课题引入

对于屏幕上的这个图形，我想大家一定都非常熟悉，今年三月央视对话节目中它的作者陈绍荣先生介绍了申奥会徽的创作过程。开始的想法比较单纯，就是想把五环跟五角星结合起来，(第一稿图)但是太对称的东西往往没有动感，比较单调。后来就一直思考，突然有了一个灵感：它应该往人上去靠！借助电脑把它拉成一个人形，并联想到太极拳。当时就意识到它成功了。(第二稿)

尽管这是一个艺术创作过程，但其中最要的环节还是想象力的充分张扬使灵感突现。

想象力是人有别于动物的独有天赋和才能，它能创造出一个更广阔的空间，所谓“想象无极限”！对于理科学习同样离不开想象。爱因斯坦就有过 IMAGINATION IS MORE IMPORTANT THAN KNOWLEDGE! 的评价“想象比知识更重要”，但仅仅是“天马行空”不免过于抽象和空洞，这也抑制想象的发展。

今天我们开始的课程就是借助电脑进行的一组“有关连杆机构的‘想象

¹ 110001 辽宁沈阳东北育才学校超常部 求师得教育实验室

Email:qiusir@qiusir.com Q Q:3009827 Gmail:qiusir@Gmail.com MSN:qiusir@msn.com

实验’”。在这里连杆机构主要是指定长的“刚体杆”与可以任意旋转轴构成的机械装置。比如墙角下滑的梯子，内燃机曲轴连杆等等都可以宽泛地看作是连杆机构。

原型启发

在数学课上我想同学们都计算过梯子下滑过程中梯子上一点的轨迹是椭圆的命题，不过把这个命题发散开，结果会是怎样？

比如梯子上不同点的轨迹有什么不同？梯子外一点的轨迹是什么？等等（学生想象1）

知识整合

当我们有了想法之后就需要动手实践，就涉及到梯子模型的构造，基于数学物理的角度，如何构造这样的模型呢？这里主要是要抓住梯子的长度不变的特点。

1. 用圆的性质---半径为定长 我们看到构造的轨迹是 1/4 椭圆，尽管方法简单，但从构造图形的完整性上却有些缺陷。（结合物理学中平面镜成像的特点完成图像）

想象实验一：

下面我们通过构造的模型来进行想象实验并对一些想法进行验证。

… 对模型构造的创造性研究

2. 利用矩形的对角线相等的数学性质（我把它称为刘天翼法，在我接触的范围内，是这位同学（现就读于浙江大学竺科桢学院）首次给出的。）

… 不同点，任意点的轨迹

… 现实生活中的用途？达芬奇椭圆规的绘图原理（课后尝试制作）。

奇妙的结果足以令人兴奋，不过按照“一沙一世界，一叶一春秋”的哲学观点，“梯子”的内涵远不止如此，希望同学们拓宽思维，大胆想象，基于这个模型进行更丰富的想象。记住：想象无极限！

想象扩展：构造更特殊点的研究

… 垂足的轨迹（类似于数学上的垂足曲线，当然还不是一回事。）

… 中点和垂足连线中点的轨迹？

… 跟踪梯子的轨迹---星形线的包络线

问题的拓展

… 墙的夹角不是 90 度，结果会是怎样？

… 任意夹角墙角下滑梯子模型的构造？

3. 刘天翼法同样适应于任意相交的两条直线。（圆周角不变，所对的弦也不变。惊叹于几何的奇妙！几何学万岁！）

… 实际应用：范·古斯顿的轨迹问题证明和椭圆规的推广（设以刚体三角形的两个顶点在两个相交的直线上滑动，求第三顶点的轨迹？）

… 墙/线的于彬彬扩展：线→线 线→圆 圆→圆…

阶段小结：通过上述一系列的想象实验、验证探索，我们不难发现想象和创造的一

些共性的东西，正如华东师大文新华教授所提到的五点论：即注重

- 1) 空白点（想别人所不想）、
- 2) 弱点（想别人很少想）、
- 3) 交叉点（知识的综合,比如我们的数理综合从原则上更容易激发想象，产生创造意念。）、
- 4) 重点（关键性的问题）
- 5) 难点（难于解决的问题）。

能力迁移

接下来希望同学们借鉴“梯子问题”的解决方式分别对定长杆的运动和内燃机曲轴连杆等相关模型进行想象、实验。**交流、协作、探究（同学们可以进行适当的交流讨论）**

想象实验二：一根杆上套有一个套筒（杆可以在套筒内滑动），套筒被钉子固定在墙上，杆的一个端点做圆周运动，另一个端点的运动轨迹是怎样的？

- … 模型构造。
- … 改变支点O位置，圆的大小和位置。
- … 改变运动点所在图形的形状 圆、直线、多边形（化直为曲）、圆锥曲线…；
- … 定长杆在两个圆上运动时杆上一点的轨迹？（和梯子问题交叉关联）
- … 定长杆问题推广研究，轨迹情况的推广……

想象实验三：构造图示内燃机或空气压缩机中的曲轴连杆机构，

- … 曲轴连杆机构的构造（和梯子问题交叉关联）
- … 连杆上一定点的轨迹？椭圆？
- … 曲柄OA绕O轴以恒定的角速度转动，**研究：**证明若连杆比曲柄长很多，滑块近似作简谐振动。可以利用圆周运动在某一方向的投影为简谐振动。

三个模型存在内在的关联！

问题驱动

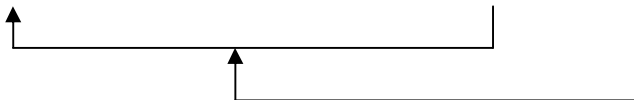
介绍性内容：其实连杆机构的种类还有很多，和它相关的题目也不少，比如多反演器、多缸发动机、偏心轮构造、繁花规等等。有兴趣的同学可以利用课余时间查阅一些资料，也欢迎同学们选这个专题。

实例赏析：我们前几期的同学还给出了很多自己的构造。

- … 学生构造的机械装置实例、
- … 爬墙者、
- … 跑步练习器等。

尽管难以演示构造的粗糙，但惊叹于他们的奇妙创意火花，想象创造之美！

小结：原型启发→关联想象→问题驱动→实践探索→概括迁移→想象扩展→



我们通过对连杆机构的一系列想象实验，这使我想起了诺贝尔物理奖获得者库伯的一句话：“在知识的探索中我们既听不到小提琴的哀怨涕诉，也看

不到艺术形象令人惊叹的表演，在这里剧情在创作中展开，威力蕴藏在结果之中。”借助现代教育技术，不仅体会想象创造的喜悦，也能看到艺术形象般的表演。

前面向大家介绍了申奥会徽的设计，在这里我愿意把我设计的网标介绍给大家。

从整体上地球的背景下，蓝绿色调蕴育着生命象征着活力，由直线、曲线和圆组成的像翅膀的几何图形具有飞翔的动感。更像字母 e，这里取 (earth, education elearning 即地球、教育、网络学习之意)，从数学物理的角度讲，他是一个函数的极坐标图像，是一个有旋发散场。体现一种科学美感。此外对此图我还有另外的一层意思的理解：把直（单一或是相同的）的变成曲的或把曲（复杂或不同的）的变成直的，是教育的两方面的功能。对于科学探索的过程，我所关联的想象内涵是：学校教育、个性发展、合作探究、个人价值的实现。现在的会徽是第三稿，第二稿是电脑做的，比较死板、比较机械，在韩美林先生和他的学生的协助下集体协作的结果。申奥会徽的创作过程本身对我们就是一种启发。

如果说我们大家在一起构造出了很多我们先前未曾感知过的图形并扩展了想象的空间，这是我们的一大收获，那么作为教师的我在把各种基本的东西介绍给大家，即一些直的东西介绍给同学们，更希望同学们能够对待问题有自己的见解，并发展属于自己的“曲”的东西，活出你自己！借用 IBSEN 所说的，“一个人的第一职责是什么，答案很简单，成为它自己！” WHAT IS A STUDENT'S FIRST DUTY ? THE ANSWER IS BRIEF : TO BE HIMSELF! TO BE YOURSELF! 也希望在这种想象、实验、探究、想象的学习方式能拓展想象，激发你们探索未知的欲望。并能领会到“开放的态度是征服世界的要素”这句话的内涵。

本堂课的具体内容同学们可以到网上查阅：

教育网、公共信息网 <http://www.qiusir.com>

校园网请访问 <http://qiusir.nec.edu.cn>

同时提供大量相关的网络地址的连接。

好，下课！谢谢大家！



qiusir lab qiusir.com 2002/12/1