

力学.

運動.

1.1 速度 $\vec{v}$

平均 $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$

瞬間 $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$

加速度 $\vec{a}$

平均 $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

瞬間 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2}$

1.2 等加速直線運動.

 v 线性增加. 則 $a = \frac{v-v_0}{t}$

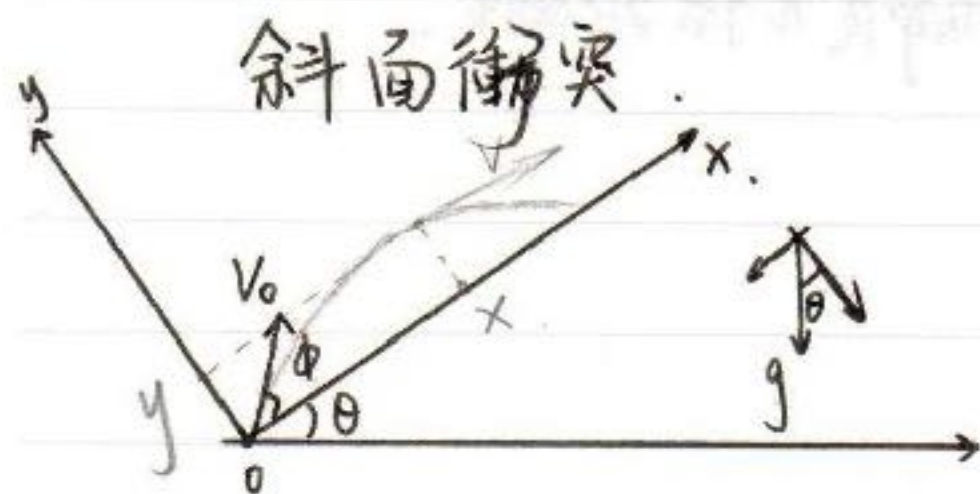
$$v = v_0 + at$$

$$s = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

將 $t = \frac{v-v_0}{a}$ 代入上式. 得. $v^2 - v_0^2 = 2as$

放物運動.

$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \theta. & \text{不受力. 則 } v_x \text{ 方向上以勻速運動分析} \\ v_y = v_0 \sin \theta. & \text{受重力. 則 } v_y \text{ 方向上以等加速直線運動分析.} \end{cases}$



$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \phi & \text{在 } xy \text{ 系中受 } a = -g \sin \theta \\ v_y = v_0 \sin \phi & \text{在 } xy \text{ 系中受 } a = -g \cos \theta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \phi \cdot t - \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2 \\ y = v_0 \sin \phi \cdot t - \frac{1}{2} g \cos \theta \cdot t^2 \end{cases}$$

 $y=0$ 時發生一次衝突

$$\Delta t_0 = \frac{2v_0 \sin \phi}{g \cos \theta}$$

若反彈. 則考慮反彈係數 e

$$(v_y)_n = e^n v_0 \sin \phi.$$

$$\text{則 } \Delta t_n = \frac{2e^n v_0 \sin \phi}{g \cos \theta} = e^n t_0.$$

$$t_n = t_0 (1 + e + \dots + e^{n-1})$$

$$= \frac{2v_0 \sin \phi}{g \cos \theta} \cdot \frac{1-e^n}{1-e} \quad (\text{等比數列})$$

力.

2.1 運動の三法則, 第一法則(慣性定律): 物体在不受力或合力为0的情况下, 保持静止或匀速直線運動.

第二法則(運動の法則)

$$m [kg] \quad a [m/s^2] \quad F [N]$$

$$F = ma.$$

第三法則(作用・反作用の法則).

两物体间的作用力等大反向.

2.2 1. 重力 mg .

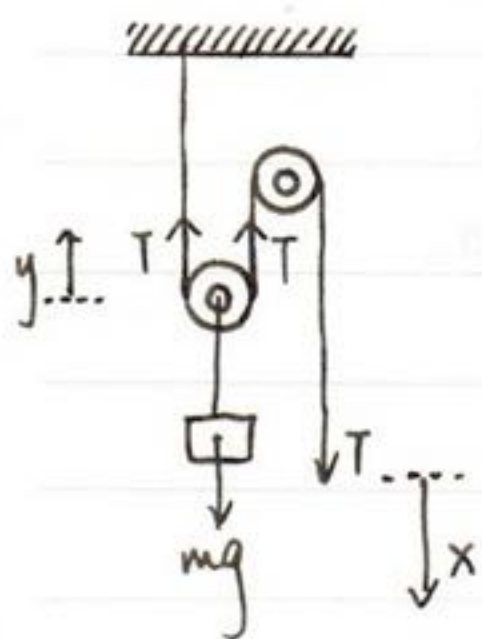
2. 垂直抗力 N : 抗力的与作用面垂直的成分. (摩擦为平行).

在刚体运动分析中, 抗力(垂直)有时会偏离重心.

$$3. \text{摩擦力 } f \begin{cases} \text{静.} & f_{\max} = \mu_0 N. \\ \text{動.} & f = \mu' N. \end{cases} \quad f \leq \mu_0 N.$$

4. 張力 T 弦上張力处处相等(大小).

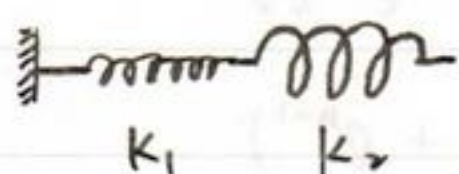
動滑車. 有几段弦. 就有几倍 T . 施力端在几倍距离处.



$$2T = mg.$$

$$x = 2y.$$

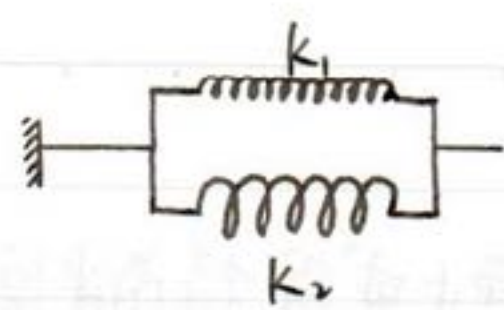
5. 彈性力 $F = kx$.



串联. 两弹簧的彈性力相等.

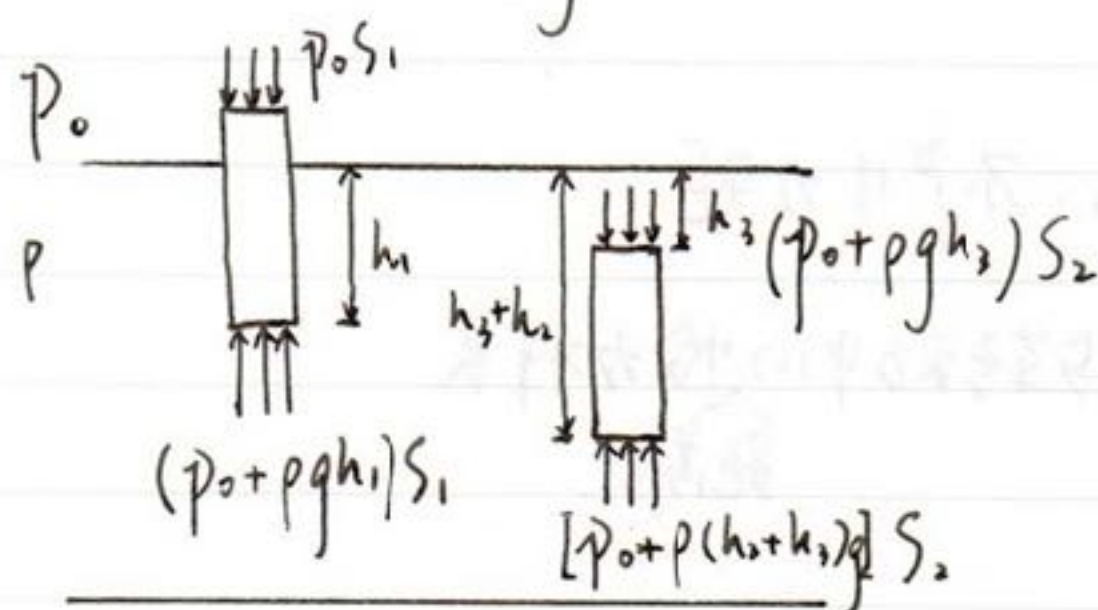
$$kx = k_1 x_1 = k_2 x_2 \quad x = x_1 + x_2.$$

$$x = \frac{k}{k_1} x + \frac{k}{k_2} x \quad \text{則} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$



并联. Δx 相同. $kx = k_1x + k_2x$.
 则 $k = k_1 + k_2$.

6. 浮力. $F = \rho g V$



* 水下某处的压强为 $p_0 + \rho gh$, 需考虑外压

7. 流体阻力.

① 半径 r 的球形物体在粘性系数为 η 的流体中以速度 v 移动时受到粘滞力 F

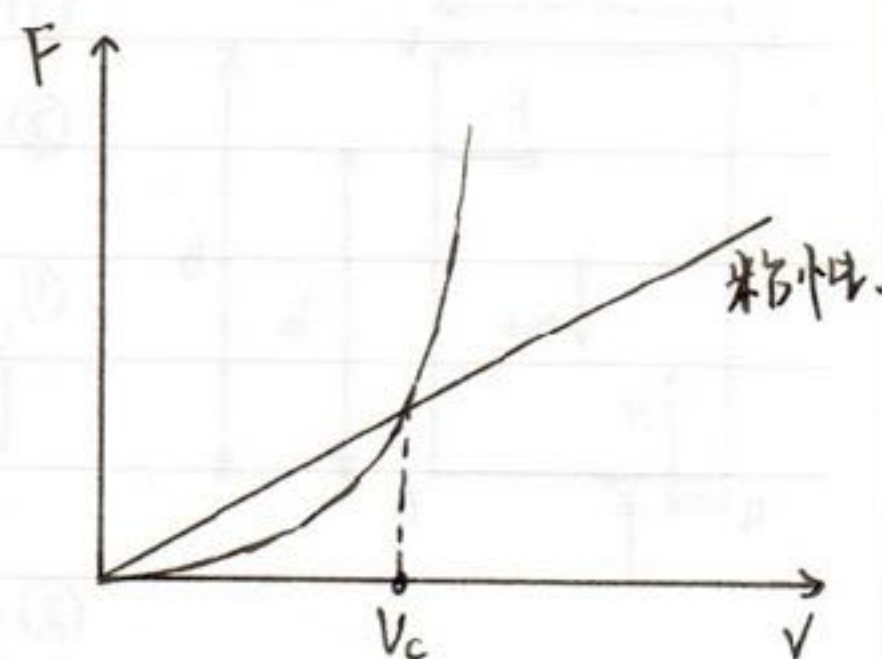
$$F = 6\pi\eta rv \quad (N) \quad \text{斯托克斯法则}$$

↓ 简化.

$$F = kv \quad \text{粘性抵抗}$$

② 惯性抵抗. 物体正面撞击流体的抵抗力.

$$F = \frac{\pi}{4} \rho r^2 v^2 \quad (N)$$

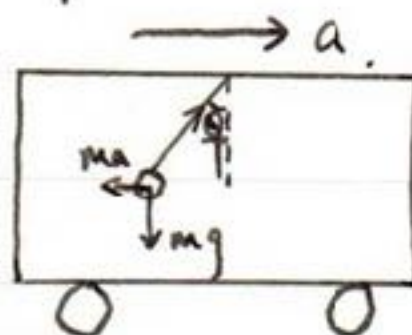


通常只考虑粘性抵抗. $F = kv$ 即可.

8. 惯性力.

加速运动者的参考系来看. 物体受与加速度逆向的力.

$$F = ma$$



惯性力非实际存在. 而是在 T 的水平分量 $T \sin \theta$ 提供了加速效果后. 在受力平衡的静参考系中所表现出的一个反作用力.

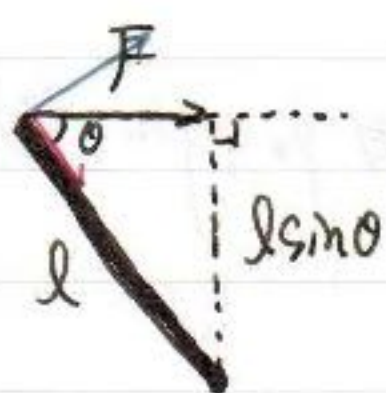
惯性力分析可用于加速系中物体的受力分析. 例如圆周运动.

3. 力矩平衡.

$$M = F \cdot l \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

力矩分为顺时针与逆时针两种方向. 平衡时物体静止或保持角速度不变转动

力矩平衡计算中可通过选取不同的转动中心来计算. 因为整体平衡 = 各个转动均平衡.

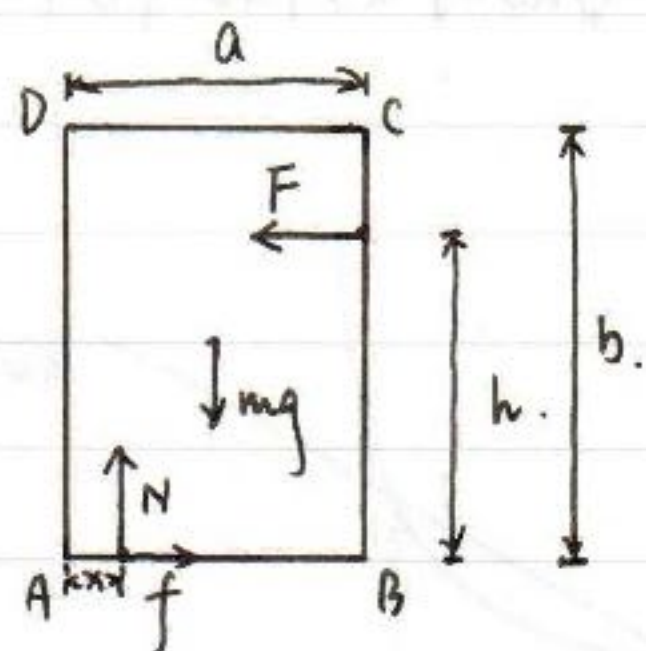


$F \cos \theta$ 穿过转动中心, 不产生力矩.

$F \sin \theta$ 与所在直线与转动中心恰为杆长距离.

$$M = F \cdot l \sin \theta.$$

F 所在直线与转动中心距离为 $l \sin \theta$. 一步到位.



① 受力平衡.

② 力矩平衡.

$$\begin{cases} \text{水平方向: } f - F = 0. \\ \text{竖直方向: } N - mg = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{② 以A为轴} \\ \text{顺时针: } mg \cdot \frac{a}{2} \\ \text{逆时针: } Fh + Nx. \end{cases}$$

当 N 不由水平面提供给 AB 面上时, 发生转动.

$$mg \cdot \frac{a}{2} = F_0 \cdot h.$$

$$F_0 = \frac{a}{2h} mg.$$

4. 做功与机械能守恒.

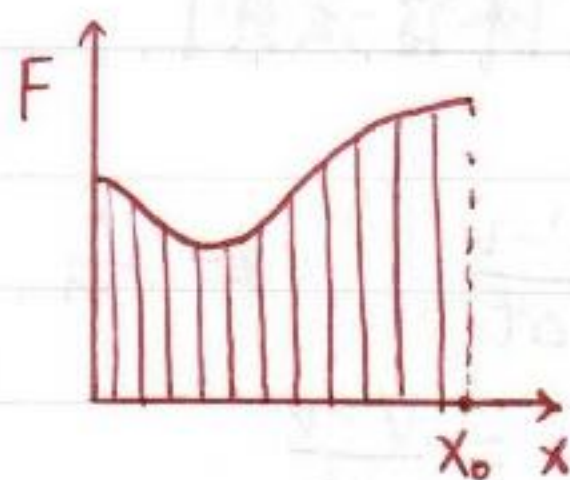
4.1 做功与动能.

$$v^2 - v^2 = 2as = 2\left(\frac{F}{m}\right)s$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = Fs$$

$$W = F \cdot s$$

若 F 为变力



0 到 x_0 过程中 F 做功为阴影面积.

$$W = \int_0^{x_0} F dx$$

力 F 线性变化中可简化为求梯形面积.

4.2 做功与机械能.

$$\frac{1}{2}mv^2 + W_{\text{重}} + W_{\text{弹}} + W_{\text{他}} = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$W_{\text{重}} = mg \cdot \Delta h$$

$$W_{\text{弹}} = \frac{1}{2}k(x'^2 - x^2)$$

$W_{\text{他}}$: 以外的功能转化.

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2 + W_{\text{他}} = \frac{1}{2}mv'^2 + mgh' + \frac{1}{2}kx'^2$$

初态.

末态.

整个体系不对外或受外界做功时, 体系的机械能始终守恒.

{ 保存力: 做功只与位置变化有关, 有重力、弹力、万有引力、静电力
非保存力: 除上述四种力之外的力, 做功与过程有关, 例如摩擦力.

4.3 万有引力做功.

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$W = \int_{r_2}^{r_1} G \frac{Mm}{r^2} dx = \left[-\frac{GMm}{r} \right]_{r_2}^{r_1} = -\frac{GMm}{r_1} - \left(-\frac{GMm}{r_2} \right)$$

$$\text{势能 } U = -\frac{GMm}{r}$$

5. 運動量保存法則

5.1

$$a = \frac{v' - v}{\Delta t} \quad a = \frac{F}{m}$$

$$\text{則} \quad \frac{F}{m} = \frac{v' - v}{\Delta t}$$

$$mv' - mv = F \Delta t$$

$$p = mv \quad I = F \Delta t \quad (\text{N} \cdot \text{s})$$

5.2 運動量保存

系統受合力為 0 或不受力。

各方向上均運動量守恒。

5.3 反發係數

$$e = - \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2} \quad (0 \leq e \leq 1)$$

5.4 特殊碰撞

① 直線上，兩質量相等物體對心碰撞， $e=1$ 時速度交換。

$$mv_1 + mv_2 = mv_1' + mv_2'$$

$$1 = - \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$$

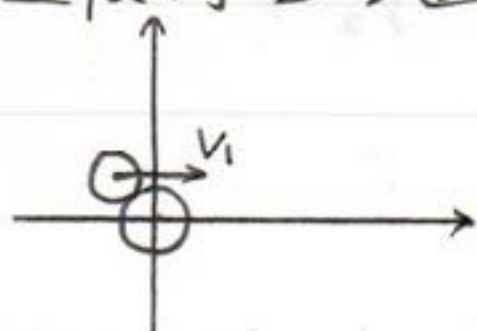
$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2'$$

$$v_1 - v_2 = -v_1' + v_2'$$

$$v_2' = v_1$$

$$v_1' = v_2$$

② 平面內，**靜止**，質量相等兩物體發生完全彈性衝突，衝突後兩物體速度向量垂直。



$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \quad (\text{三平方定理})$$

6. 圆运动.

6.1 等速圆运动.

$$v = \omega r$$

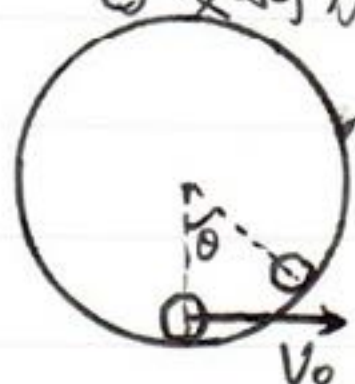
$$a = \omega^2 r$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$F = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$$

6.2 非等速圆运动.

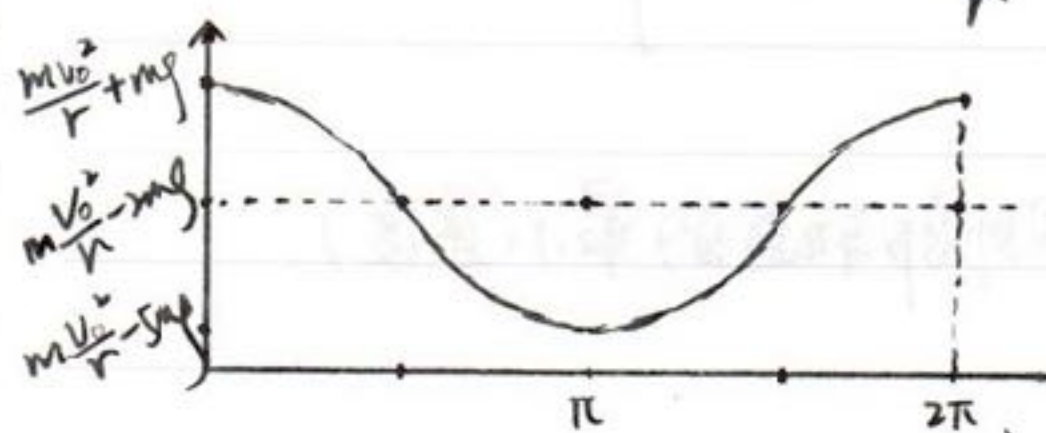
① 支持力向内类.



$$\frac{1}{2}mv_\theta^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - mg(r - r\cos\theta)$$

$$\frac{mv_\theta^2}{r} = N_0 - mg\cos\theta$$

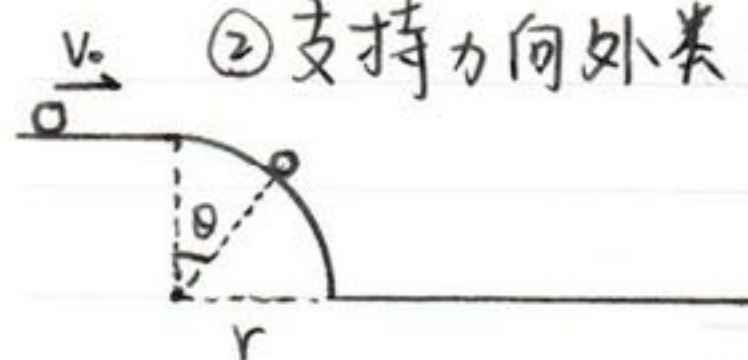
$$N_0 = \frac{mv_0^2}{r} + (3\cos\theta - 2)mg$$



由图像可知, 在轨道脱离问题中, 脱离现象出现在 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

$\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 若初速度不够则会原路返回

② 支持力向外类.



$$\frac{1}{2}mv_\theta^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg(r - r\cos\theta)$$

$$\frac{mv_\theta^2}{r} = mg\cos\theta - N$$

$$N = (3\cos\theta - 2)mg - \frac{mv_0^2}{r} \quad N=0 \text{ 时脱离.}$$

$v_0 = 0$ 时.

$\cos\theta = \frac{2}{3}$ 脱离.

直接飞出, $\cos\theta = 0$

$$\cos\theta = \frac{v_0^2}{3gr} + \frac{2}{3}$$

$$v_0 = \sqrt{gr}$$

绳杆支持力向内处理.

杆既可以提供向内拉力, 也可以提供向外支持力, 所以其上小球做圆周运动条件仅为在最高点处速度 ≥ 0

7. 万有引力

7.1 万有引力法则.

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad [N] \quad G = 6.67 \times 10^{-11} [N \cdot m^2/kg^2]$$

等速圆运动人工卫星的速度.

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{速度只由轨道半径决定}).$$

7.2 引力势能.

$$U = - \frac{GMm}{r} \quad [J]$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \quad [J]$$

近地处

$$\frac{GMm}{R^2} = mg.$$

$$GM = gR^2$$

7.3 宇宙速度.

① 第一宇宙速度. (脱离地表. 进入地球外部轨道的最小速度).

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (R \text{ 为地球半径})$$

$$v_1 = 7.9 [km/s]$$

② 第二宇宙速度. (脱离地球束缚的最小速度).

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v' = \sqrt{v^2 - \frac{2GM}{R}}$$

$$\sqrt{v^2 - \frac{2GM}{R}} = 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= 11.2 [km/s]$$

③ 第三宇宙速度. (脱离太阳系的束缚的最小速度).

$$v_3 = \sqrt{\frac{2GM_s}{R_E}}$$

(R_E 为地球至太阳距离.)

$$= 16.7 [km/s]$$

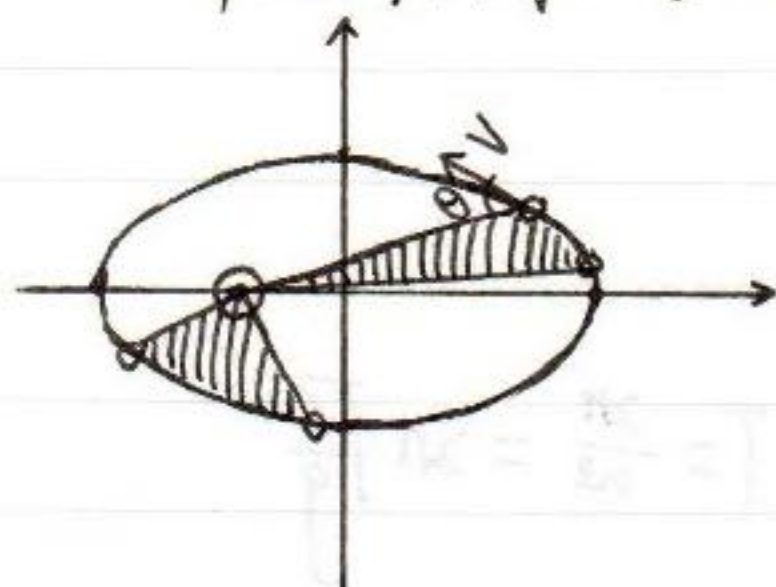
7.4 开普勒法则

① 开普勒的第1法则

行星围绕以太阳为一个焦点的椭圆轨道运行。

② 开普勒的第2法则

单位时间内，行星运动径描过面积一定。



$$S = \frac{1}{2} r v \sin \theta$$

$$v \sin \theta = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$S = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

③ 开普勒的第3法则

$$\frac{a^3}{T^2} = k, \quad a \text{ 为椭圆轨道半长轴.}$$

8. 单振动力

单振动力产生条件，物体上作用的力只有恒力，以及与位置线性相关的力，才有可能产生单振动力。

$$x = x_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$v = \omega x_0 \cos(\omega t + \phi) \quad \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

$$a = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \phi) \quad \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{dv}{dt} \right)$$

$$ma = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$(D^2 + \frac{k}{m})x = 0$$

$$D = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} i$$

$$x = C_1 \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + C_2 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$t=0 \text{ 时 } x=x_0, \quad v=0$$

$$C_2 = x_0$$

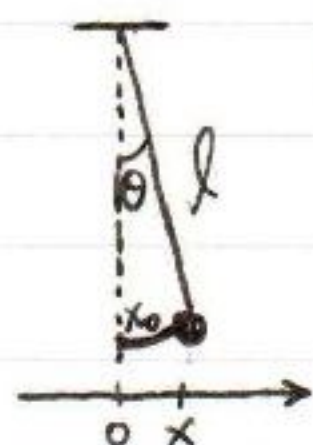
$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{x_0} = C_1 \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - C_2 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$C_1 = 0$$

$$\text{得 } x = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$\text{使 } \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$$

分析线性回复力。(非线性不会出现或根据题设近似成线性)



单摆. 在 θ 足够小的情况下可以近似为线性过程. 简谐运动.

$$ma = -mg \sin \theta$$

~~sin theta approx theta~~

弧长 x_0 .

$$\theta = \frac{x_0}{l} \approx \sin \theta = \frac{x}{l}$$

$$ma = -mg \frac{x}{l}$$

$$a = -\frac{g}{l} x. \quad \text{则} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

热

1. 膨胀率

(1) 线膨胀率. $l = l_0(1 + \alpha t)$

(2) 体积膨胀率. $V = V_0(1 + \beta t)$. $\beta = 3\alpha$

设 $V_0 = a_0 b_0 c_0$ $V = abc$

$$a = a_0(1 + \alpha t)$$

$$b = b_0(1 + \alpha t)$$

$$c = c_0(1 + \alpha t)$$

$$abc = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha t)^3$$

$$= a_0 b_0 c_0 (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3)$$

$$= a_0 b_0 c_0 (1 + 3\alpha t)$$

α 极小 $\rightarrow \alpha^2, \alpha^3$ 忽略

2. 热容量与比热

(1) 热容量 C (J/K)

物体上升 ΔT 所必需的热量 $Q(T)$

$$Q = C \Delta T$$

(2) 比热 c (J/g·K)

$$C = mc$$

$$Q = C \Delta T = mc \Delta T \quad \text{注意单位.}$$

3. 理想气体

(1) 理想气体状态方程

$$pV = nRT$$

(2) 气体压力

$$(-mV_x) - mV_x = -2mV_x$$

单位时间内往复次数

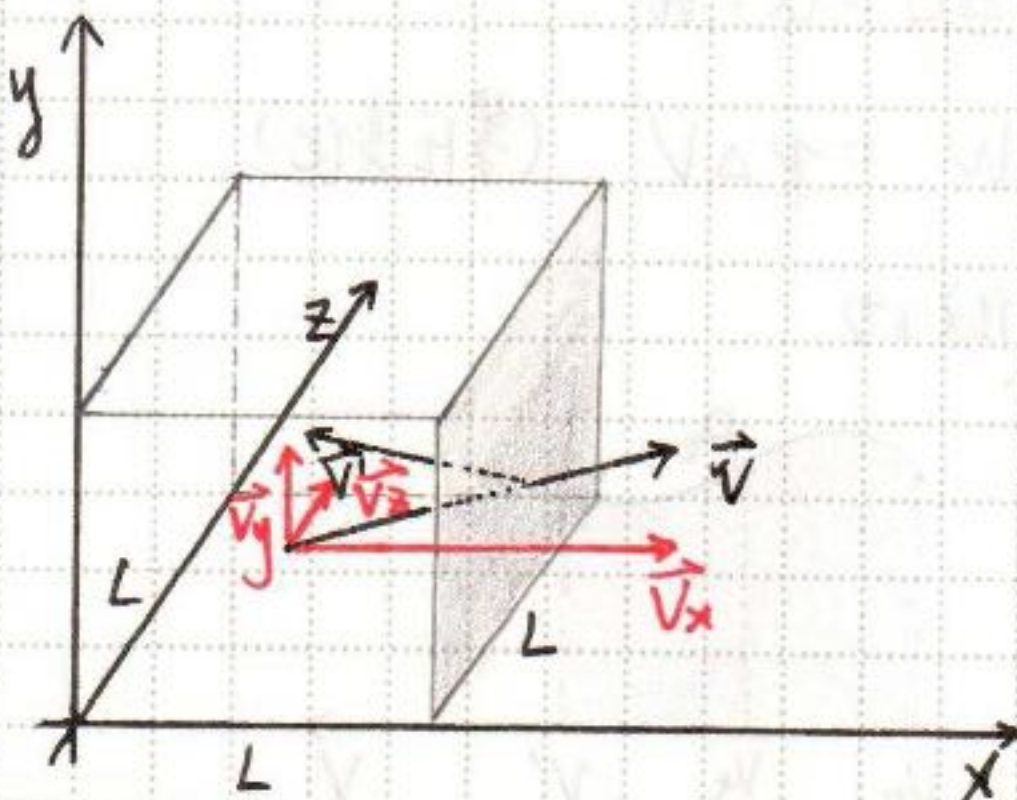
$$\frac{V_x}{2L}$$

$$1/t = 2mV_x \cdot \frac{V_x}{2L}$$

$$f \cdot t = I = 2mV_x \cdot \frac{V_x}{2L} \cdot t$$

$$f = \frac{mV_x^2}{L}$$

$n(\text{mol})$



$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \rightarrow \overline{V^2} = \overline{V_x^2} + \overline{V_y^2} + \overline{V_z^2}$$

$$\overline{V_x^2} = \frac{1}{3} \overline{V^2}$$

$$F = N \cdot \frac{m \overline{V^2}}{3L}$$

$$p = \frac{Nm \overline{V^2}}{3V}$$

$$p = \frac{Nm\bar{v}^2}{3V} = \frac{1}{3}p\bar{v}^2$$

4. 分子运动能

$$pV = \frac{1}{3}Nm\bar{v}^2 = \frac{2}{3}Nm \cdot \frac{1}{2}m\bar{v}^2$$

$$= \frac{2}{3}n \cdot N_A \cdot \frac{1}{2}m\bar{v}^2$$

$$\text{得 } E_k = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3pV}{2n \cdot N_A} = \frac{3R}{2N_A}T$$

$$\text{规定 } k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}kT$$

5. 理想气体内部能量 $U(T)$

$$U = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 \cdot N_A \cdot n = \frac{3}{2}nRT$$

自由度

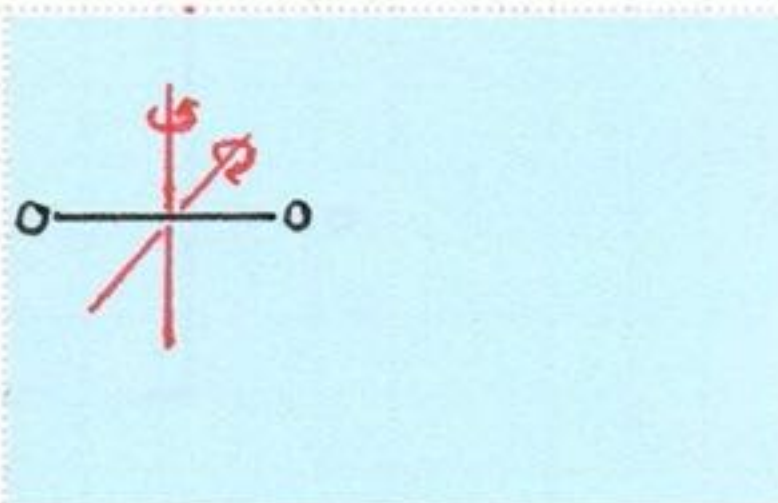
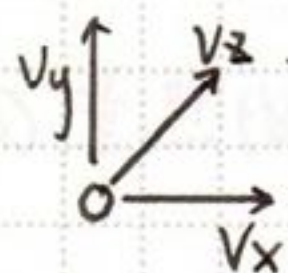
(1) 单原子分子理想气体, 3个自由度

$$\frac{1}{2}m\bar{v}_x^2 = \frac{1}{2}m\bar{v}_y^2 = \frac{1}{2}m\bar{v}_z^2 = \frac{1}{2}kT$$

(2) 双原子分子理想气体, 5个自由度

$$U = \frac{5}{2}kT$$

多原子分子 6个自由度
x, y, z轴, 及
绕3轴旋转

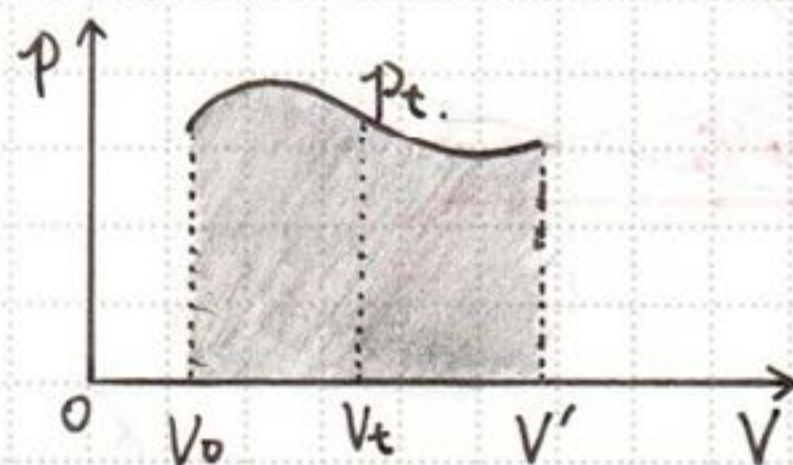


6. 热力学第一定律

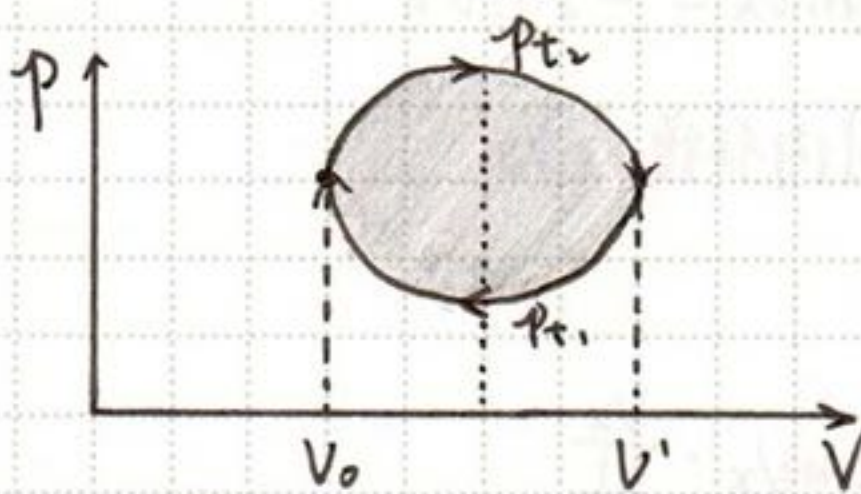
$$(1) \Delta U = Q + W$$

$$W = p\Delta V \quad (\text{等压变化})$$

(2) 做功



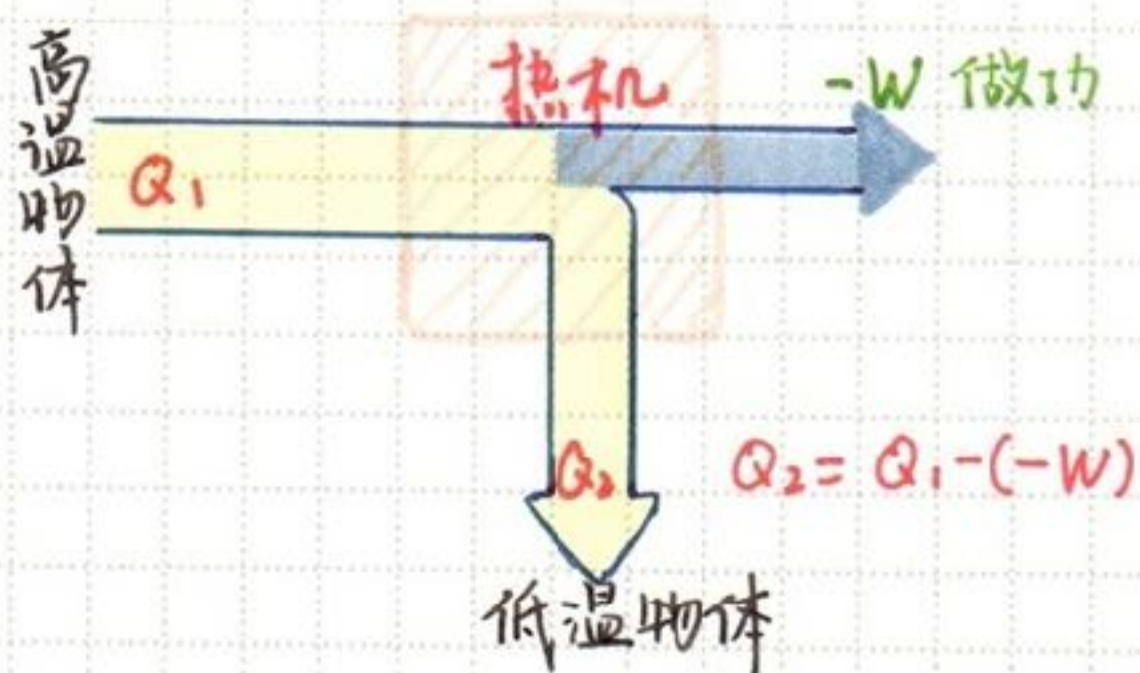
$$W = - \int_{V_0}^{V'} p_t dV$$



一周 $\Delta U = 0$

$$W = - \int_{V_0}^{V'} p_{t,2} - p_{t,1} dV$$

7. 热机效率



$$\text{效率 } e = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

补: 定容过程.

$$V \text{ 不变 } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$Q = \Delta U + 0 \text{ 不做功或受外界做功.}$$

$$\text{则 } Q = nC_V \Delta T \quad C_V = \frac{3}{2}R \text{ (单原子分子)}$$

定压过程.

$$P \text{ 不变 } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$Q = \Delta U + W$$

$$\begin{aligned} \text{则 } Q &= nC_P \Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T + P\Delta V \\ &= \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T \\ &= (\frac{3}{2}R + R)n\Delta T. \end{aligned}$$

$$C_P = \frac{5}{2}R \text{ (单原子分子)}$$

等温过程.

$$T \text{ 不变 } P_1V_1 = P_2V_2$$

绝热过程

$$P V^\gamma = C \text{ (常数)} \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

无热量变化.

$$0 = \Delta U + W$$

$$\begin{aligned} &= nC_V(T_2 - T_1) + \int_{V_1}^{V_2} P dV \\ &= nC_V(T_2 - T_1) + \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV \\ &= nC_V \int_{T_1}^{T_2} dT + \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV. \end{aligned}$$

$$0 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$0 = \ln T_2 - \ln T_1 + \frac{R}{C_V} (\ln V_2 - \ln V_1)$$

$$T_1 V_1^{\frac{R}{C_V}} = T_2 V_2^{\frac{R}{C_V}}$$

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \uparrow \quad \text{理想气体状态方程} \Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \dots$$

電磁氣

1.1 庫倫定律

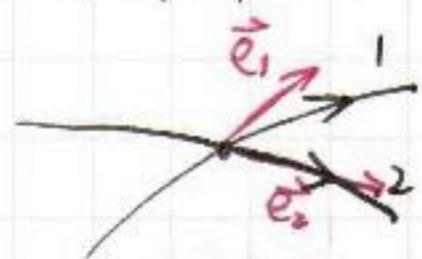
$$F = k \frac{Qq}{r^2} \quad [N]$$

$$k = 9.0 \times 10^9 \quad (N \cdot m^2 / C^2)$$

1.2 電場

$$F = Eq, \quad E = k \frac{Q}{r^2}$$

① 電場線所表示的是向量場. 每個坐標都只能為一個向量. 若電場線交叉



則在交叉處有 E_1 與 E_2 兩個向量. 不成立. 所以電場線不能相交.

② 電位沿電場線方向降低. 但電場強度不一定.

1.3 電位. V

① 單位電荷帶有的電勢能為該處電位.

② 無限遠處電位為 0

$$V = \int_r^\infty F dx = \int_r^\infty k \frac{Q}{x^2} dx = \left[-k \frac{Q}{x} \right]_r^\infty = k \frac{Q}{r}$$

$$\text{電勢能 } U = qV$$

③ 電場力做正功電勢能減小.

2. 高斯定律.

電氣量 Q 的電荷吸收/放出電氣力線 N

$$N = 4\pi k Q = \frac{Q}{\epsilon}$$

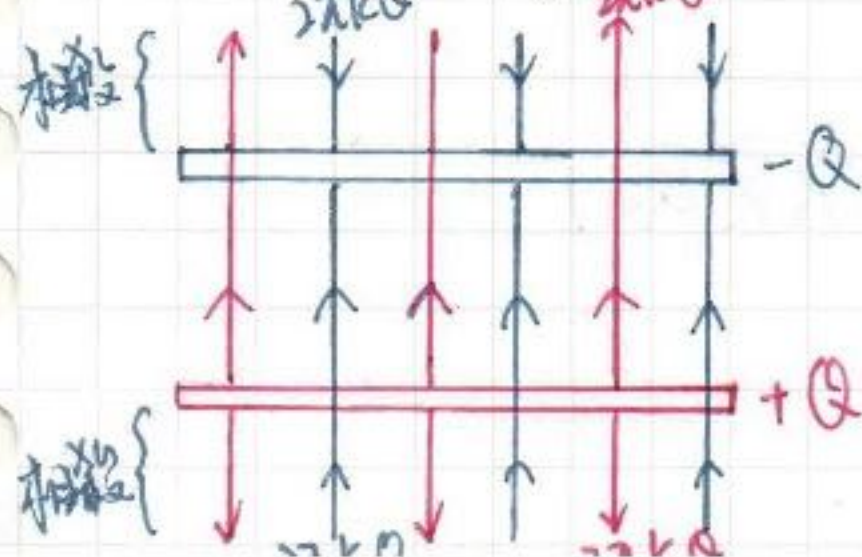
$$\epsilon = \frac{1}{4\pi k}$$

3. 電容器 $Q = CV$

3.1 電氣容量 C .

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ϵ_r 為比誘電率 ϵ_0 為真空誘電率.



電容器內部 $4\pi k Q$ 條.

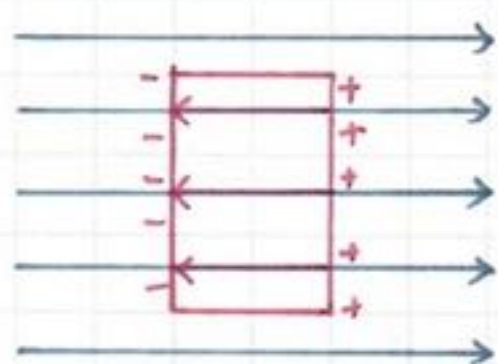
$$E = \frac{N}{S} = \frac{4\pi k Q}{S} = \frac{Q}{\epsilon S}$$

$$V = \frac{4\pi k Q}{S} d = \frac{Q d}{\epsilon S}$$

3.2 電容器儲能.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C}$$

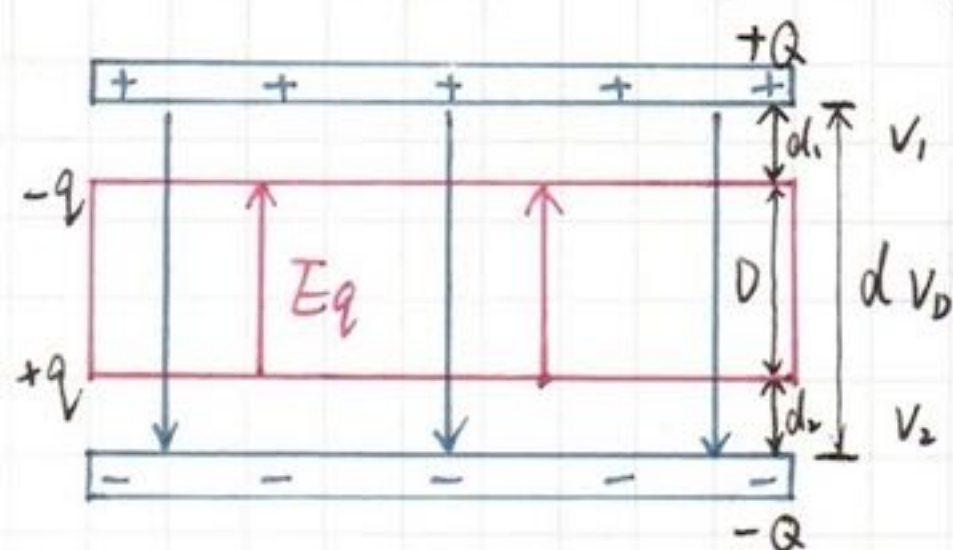
3.3 靜電誘導.



導體內部產生反向電場. 與外界電場抵消.

若插在電容器內部. 電容量變大. $C' = \epsilon \frac{S}{d-D}$ (D 為導體厚度)

3.4 誘電分極 (絕緣體)



$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad E_q = \frac{q}{\epsilon_0 S} \quad (\text{木板小, 忽略 } \epsilon_r)$$

$$E' = E - E_q = \frac{Q}{\epsilon_0 S} - \frac{q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q-q}{\epsilon_0 S}$$

$$\frac{Q-q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\epsilon S}$$

$$\epsilon = \frac{Q}{Q-q} \epsilon_0$$

$$V_1 = Ed_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d_1$$

$$V_2 = Ed_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d_2$$

$$V_0 = (E - E_q)D = \frac{Q-q}{\epsilon S} D$$

$$V' = V_1 + V_2 + V_0 = Q \left(\frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 S} + \frac{D}{\epsilon S} \right)$$

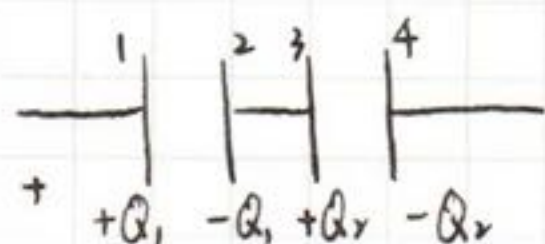
$$C' = \frac{Q}{V'} = \frac{\epsilon_0 \epsilon d}{\epsilon(d_1 + d_2) + \epsilon_0 D}$$

3.5 串、並聯.

串聯: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

並聯: $C = C_1 + C_2$

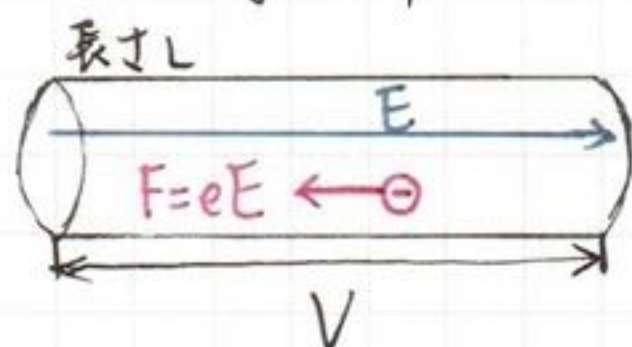
3.6 電氣量保存.



$$-Q_1 + Q_2 = Q_0. \quad (\text{根據條件決定 } Q_0.)$$

4. 抵抗

4.1 欧姆定律. $V = IR$



$$F = eE = e \frac{V}{L}$$

電子運動.

$$ma = e \frac{V}{L} \therefore a = \frac{eV}{mL}$$

抵抗力.

$$e \frac{V}{L} = kV$$

$$I = Ne = enSv$$

$$= enS \frac{eV}{kL}$$

$$V = \frac{kL}{e^2 n S} I$$

$$R = \frac{kL}{e^2 n S} \quad (\text{使 } \rho = \frac{k}{e^2 n})$$

$$= \rho \frac{L}{S}$$

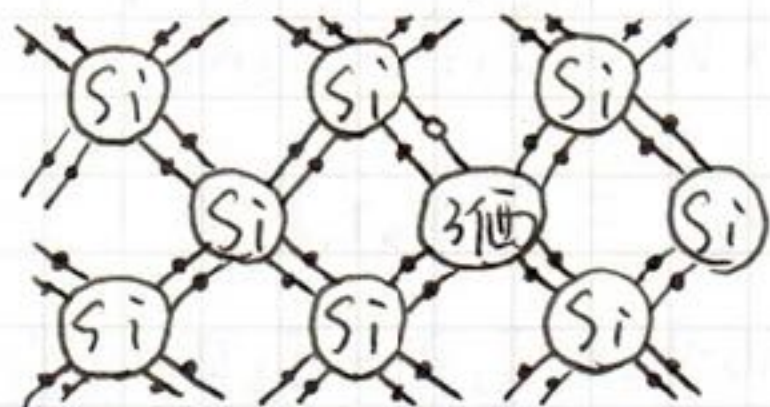
4.2 功率.

$$P = VI \text{ (W)}$$

$$Q = VIt \text{ (J)}$$

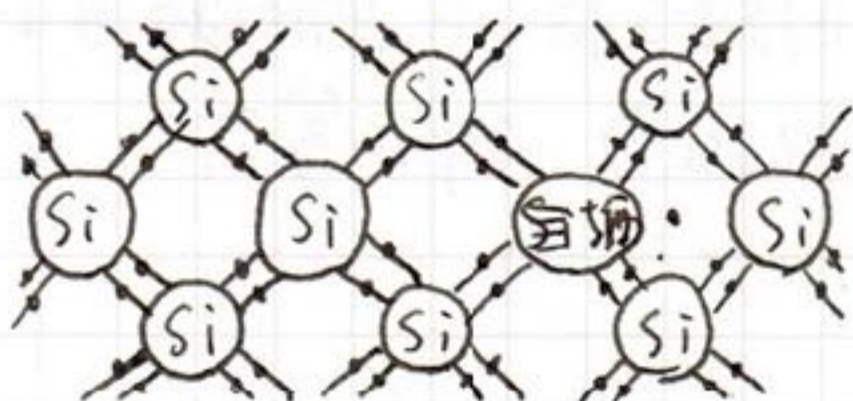
5. 二極管.

5.1 p型半導體



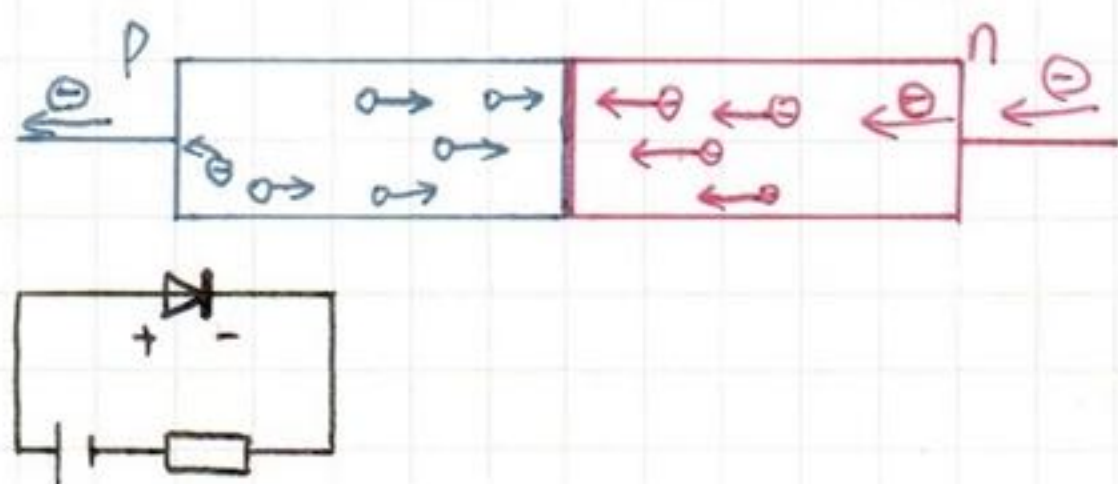
内部有空穴. 可等效为带电量 e 的正电荷.

N型半導體

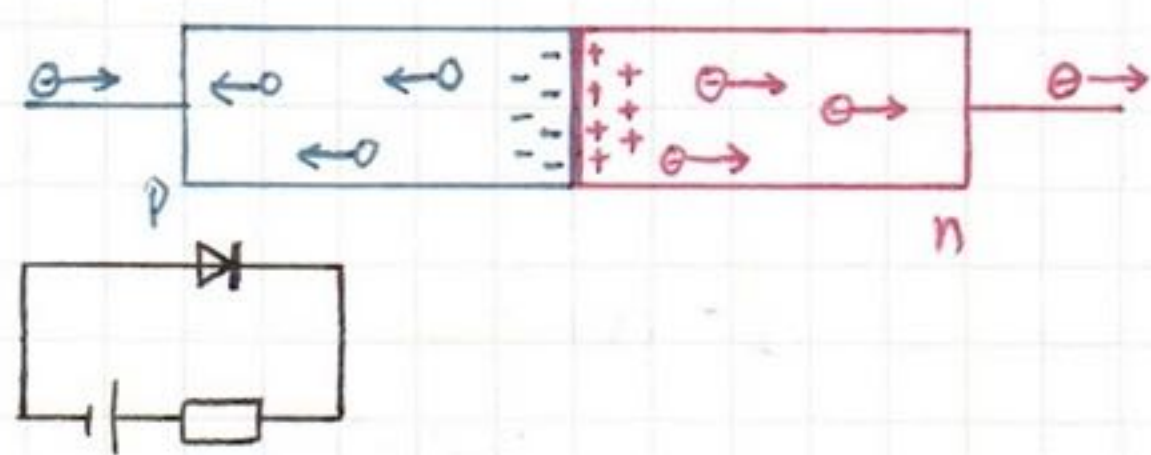


多出自由电子.

5.2 半導體二極管.



n中进电子, 与n中自由电子到PN交界处.
p中产生对电子与空穴, 空穴也到PN交界处.
与n中的电子结合. 产生的电子进入导线.



无法导通。

6. 电流回路.

6.1 基尔霍夫定律.

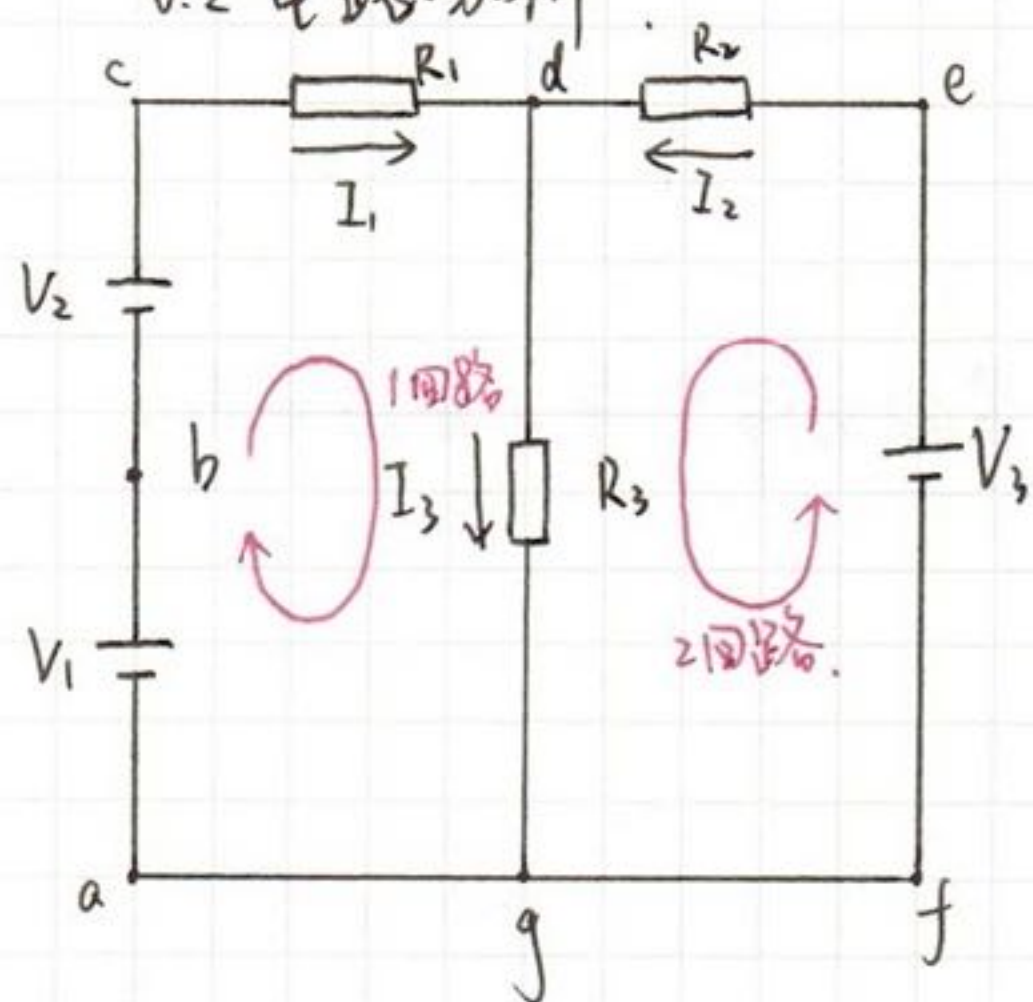
① 第1法则

闭合回路上流入任意点的电流等于流出该点的电流.

② 第2法则

任意闭合回路的电池的起電力之和等于各用电器电位差之和.

6.2 电路分析



① 设过 R_1 , R_2 , R_3 的电流分别为 I_1 , I_2 , I_3 分方向任意, 看结果正负即可.

② 1回路: $V_1 + V_2 = I_1 R_1 + I_3 R_3$

2回路: $V_3 = I_2 R_2 + I_3 R_3$

总回路: $V_1 + V_2 - V_3 = I_1 R_1 - I_2 R_2$ (等价于上面)

$$I_1 + I_2 = I_3$$

在分析完小的回路之后, 总的回路为小回路方程的线性组合, 所以等价.

7. 磁荷与磁力

$$F = k_m \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ (N)}$$

$$k_m = 6.33 \times 10^4 \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{Wb}^2)$$

$$F = mH$$

$$B = \mu H$$

8. 电生磁

8.1 直导线电流

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ (A/m)}$$

8.2 环形电流

$$H = \frac{I}{2r}$$

8.3 线圈

$$H = nI \quad n \text{ 为单位长度匝数 (1/m)}$$

9. 磁场力

9.1 安培力

$$F = BIl \sin \theta$$

与磁束线垂直部分

9.2 洛伦兹力

$$f = qvB \sin \theta \quad (\text{安培力微观表现})$$

$$f = \frac{BIl \sin \theta}{N} = \frac{BIl \sin \theta}{nsl} = \frac{BenSv \sin \theta}{nsl} = evB \sin \theta$$

10. 电磁诱导 $\Phi = BS$

10.1 法拉第电磁感应定律

$$V = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad N \text{ 为总匝数}$$

10.2 电磁感应

$$V = Bvl$$

导体棒中自由电子由于洛伦兹力运动，堆积产生电场阻碍电子运动。

$$Bve = eE \quad \therefore E = vB$$

$$E = \frac{V}{l} = vB$$

$$\text{得 } V = Bvl$$

$$\text{不垂直, } V = Bvl \sin \theta$$

回轉導體棒.

$$v = \frac{1}{2} \omega l$$

$$f_x = evB = e\omega Bx \quad (\text{距中心處 } x \text{ 的電子})$$

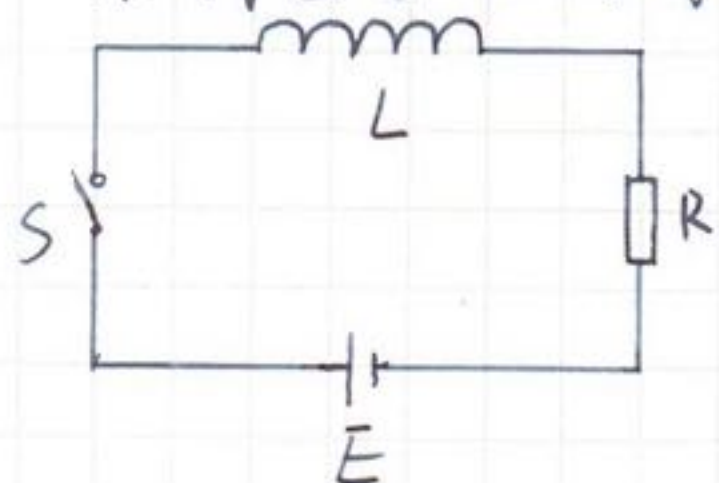
$$W = \int_0^l f_x dx = \int_0^l e\omega Bx dx = \frac{1}{2} e\omega B l^2$$

$$W = eV$$

$$V = \frac{1}{2} \omega B l^2 \quad v = \frac{1}{2} \omega l \quad (\text{導體棒重心處速度})$$

$$V = Bvl$$

11. 線圈電磁誘導.



11.1 自導起電力.

$$n = \frac{N}{l}, \quad H = nI = \frac{N}{l} I$$

$$B = \mu H = \mu \frac{N}{l} I$$

$$\Phi = BS = \mu \frac{N}{l} IS$$

$$\therefore V = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta \left(\frac{\mu N IS}{l} \right)}{\Delta t} = - \frac{\mu N^2 S}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$\therefore \frac{\mu N^2 S}{l}$ 為線圈自身屬性. 所以用 L 代替.

$$\therefore V = -L \frac{dI}{dt}$$

11.2 含線圈電路電流變化.

$$E + (-L \frac{dI}{dt}) = RI$$

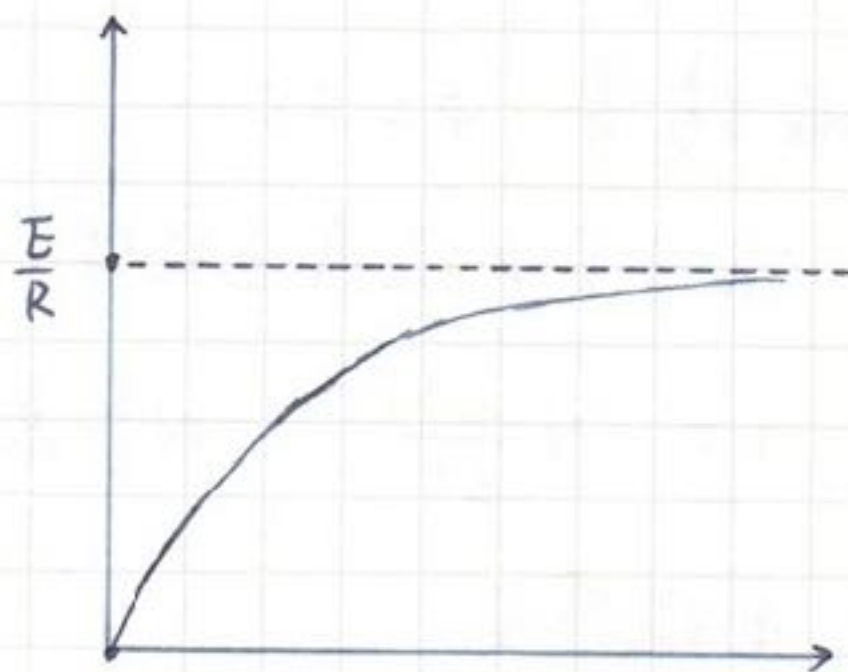
$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{E}{L}$$

$$I = e^{-\int \frac{R}{L} dt} \left(\int e^{\int \frac{R}{L} dt} \frac{E}{L} dt + C \right)$$

$$= \frac{E}{R} + C e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$I|_{t=0} = 0, \quad I|_{t \rightarrow \infty} = \frac{E}{R}$$

$$I = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$$



11.3 线圈储能 $U = \frac{1}{2}LI^2$

由于线圈自导阻碍电流流动，所以在充电过程中线圈会受电池做功，线圈因此储能。

$$\Delta q = I \Delta t$$

$$\Delta W = V \Delta q = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot I \Delta t = LI \Delta I$$

$$\int dW = \int LI dI$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}LI^2 + C$$

$$I|_{t=0} = 0 \quad C = 0$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}LI^2$$

11.4 线圈互导

工11.1中电流 I_1 ，全长 l_1 ，匝数 N_1 。

$$n_1 = \frac{N_1}{l_1}$$

$$H_1 = n_1 I_1 = \frac{N_1}{l_1} I_1 \quad B = \mu \frac{N_1}{l_1} I_1$$

$$\Phi = BS_1 = \mu \frac{N_1 I_1 S_1}{l_1}$$

$$V_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N_2 \frac{\Delta \left(\frac{\mu N_1 I_1 S_1}{l_1} \right)}{\Delta t}$$

$$= - \frac{\mu N_1 N_2 S_1}{l_1} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$V_2 = -M \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

12. 交流回路 $V = V_0 \sin(\omega t + \phi)$

$$i = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

$$P_R = Vi = V_0 \sin \omega t \cdot \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

$$= \frac{V_0^2}{R} \sin^2 \omega t$$

以电功的时间平均规定交流电实效值

$$\bar{P}_R = \frac{V_0^2}{R} \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{V_0^2}{2R}$$

$$\text{使 } V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

V_e 为交流电实效电压。

13. RLC

13.1 交流回路中的线圈

$$V_0 \sin \omega t + (-L \frac{di}{dt}) = 0.$$

$$V_0 \sin \omega t - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{V_0}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \quad \text{根据回路对称性 } |i_{\max}| = |i_{\min}|$$

$$\therefore i = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{V_0}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \quad \text{电流位相落后于电压 } \frac{\pi}{2}.$$

则 $X_L = \omega L$ (Ω) 感抗.

$$P_L = v i = V_0 \sin \omega t \cdot (-\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t) = -\frac{V_0^2}{\omega L} \sin \omega t \cos \omega t.$$

$$\overline{P}_L = -\frac{V_0^2}{\omega L} \overline{\sin \omega t \cos \omega t} = 0.$$

所以线圈不消耗电能, 而是周期性储、放能.

13.2 交流回路中的电容

$$V_0 \sin \omega t = \frac{q}{C}$$

$$\frac{d}{dt}(V_0 \sin \omega t) = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt}$$

$$\omega V_0 \cos \omega t = \frac{1}{C} i$$

$$i = \omega C V_0 \cos \omega t = \omega C V_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{电流位相超前于电压 } \frac{\pi}{2}$$

则 $X_C = \frac{1}{\omega C}$ (Ω) 容抗.

$$\overline{P}_C = \omega C V_0^2 \overline{\sin \omega t \cos \omega t} = 0$$

电容也不消耗电能, 也是周期性储、放能.

13.43. RLC

① 直列.

$$V_0 \sin(\omega t + \phi) + (-L \frac{di}{dt}) = Ri + \frac{q}{C}$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \omega V_0 \cos(\omega t + \phi).$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$i = I_0 \sin \omega t$$

则线圈与电容的电压的最大值为

$$\begin{cases} V_{L0} = X_L I_0 = \omega L I_0 \\ V_{C0} = X_C I_0 = \frac{1}{\omega C} I_0 \end{cases}$$

由于线圈中电压相位领先电流 $\frac{\pi}{2}$ ，电容中电压相位落后电流 $\frac{\pi}{2}$ 。

$$\begin{cases} v_R = Ri = RI_0 \sin \omega t \\ v_L = V_{L0} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega L I_0 \cos \omega t \\ v_C = V_{C0} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t \end{cases}$$

$$v = v_R + v_L + v_C$$

$$= RI_0 \sin \omega t + (\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_0 \cos \omega t$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \cdot I_0 \sin(\omega t + \phi) \quad \tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$V_0 = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \cdot I_0$$

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad \text{阻抗}$$

直列 RLC 消费电力

$$\begin{cases} v = V_0 \sin(\omega t + \phi) \\ i = I_0 \sin \omega t \end{cases}$$

$$p = V_0 I_0 \sin(\omega t + \phi) \sin \omega t$$

$$= V_0 I_0 \cdot \frac{1}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)]$$

$$\bar{p} = V_0 I_0 \cdot \frac{1}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)]$$

$$= \frac{1}{2} V_0 I_0 (\cos \phi - 0) = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos \phi$$

$$= V_e I_e \cos \phi$$

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

直列 RLC 共振.

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

使 $(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2$ 最小, 可得 $I_{\max}$

$$\text{此时 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [rad/s]}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

② 並列

$$\begin{cases} V_0 \sin \omega t = R i_R \\ V_0 \sin \omega t + (-L \frac{di_L}{dt}) = 0 \\ V_0 \sin \omega t = \frac{1}{C} \int i_C dt \end{cases}$$

可得.

$$\begin{cases} i_R = \frac{V_0}{R} \sin \omega t \\ i_L = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t \\ i_C = \omega C V_0 \cos \omega t \end{cases}$$

$$i = i_R + i_L + i_C$$

$$= \sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2} \cdot V_0 \sin(\omega t + \theta)$$

$$I_0 = \sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2} \cdot V_0$$

$$\tan \theta = \frac{-\frac{1}{\omega L} + \omega C}{\frac{1}{R}}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2}}$$

並列 RLC 電力消費.

$$p = v i = V_0 \sin \omega t \cdot I_0 \sin(\omega t + \theta) \quad \theta = -\phi$$

$$= V_0 \sin \omega t \cdot I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$= V_0 I_0 \cdot \frac{1}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t - \phi)]$$

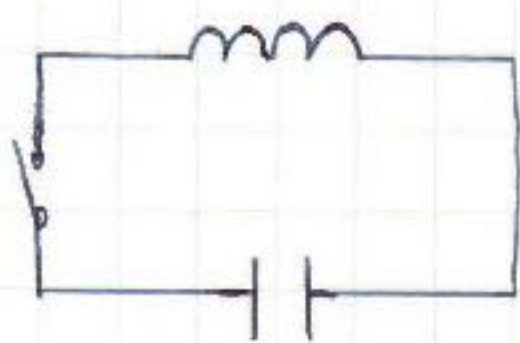
$$\bar{p} = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos \phi$$

$$= V_e I_e \cos \phi$$

~~功率~~

~~功率因数~~

電気振動.



$$-L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C} \quad \text{両辺同時微分.}$$

$$-L \frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{1}{C} i$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = -\frac{1}{LC} i \quad \left(\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x \text{ 形} \right).$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

電気振動エネルギー.

① 电容

$$i = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

$$q = \int i dt = -\sqrt{LC} I_0 \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t + C_0. \quad (\text{回路対称, } C_0 = 0)$$

$$q = -\sqrt{LC} I_0 \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

$$U_C = \frac{q^2}{2C}$$

② 线圈

$$U_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$U_L + U_C = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2 \frac{1}{\sqrt{LC}} t + \frac{1}{2} L I_0^2 \cos^2 \frac{1}{\sqrt{LC}} t = \frac{1}{2} L I_0^2 \quad (\text{定値}).$$

$$\frac{Q^2}{2C} = U_L + U_C = \frac{1}{2} L I_0^2$$

前書き

贾钟哲

2021年春，我的班主任郭玲老师提议让我写下这本笔记，作为犯错误的惩罚。虽是惩罚，对我来讲却也是一次难得的契机，让我得以从题海中抽身，运用这三年积累的物理知识，以俯瞰的视角重新浏览、串联每一章节，并从中获得新的理解。郭玲老师的建议让我从中受益匪浅。

这本笔记有幸得到了老师的赏识。王上同学帮忙整理制作了电子版并上传到求师得网站以供其他同学们的参考。衷心希望这本笔记能对同学们起到些微的帮助。

知识框架比较完整，记录精简。

钟哲是日语班学生，从中可以看到日本中学物理教学内容和大陆的异同，对我来说这是一个很好的借鉴。



波動

1. 概念.

1.1 波: 波是一种运动形式, 是振动的空间传播.

机械波: 机械振动在连续介质中的传播.

1.2 形式 (机械波)

① 波源: 做机械振动的物体

② 介质: 能够传播机械振动的物质.

1.3 横纵

① 横波: 传播方向上各点, 振动方向与波传播方向垂直.

② 纵波: 疏密波. 质点^{振动}方向与波传播方向一致.

质元并非“随波逐流”, 波的传播不是媒质质元的传播, 而是振动状态的传播. “上游”的质元依次带动“下游”的质元振动.

1.4 参量.

v : 波速 [m/s]

f : 频率 [Hz]

λ : 波长 [m]

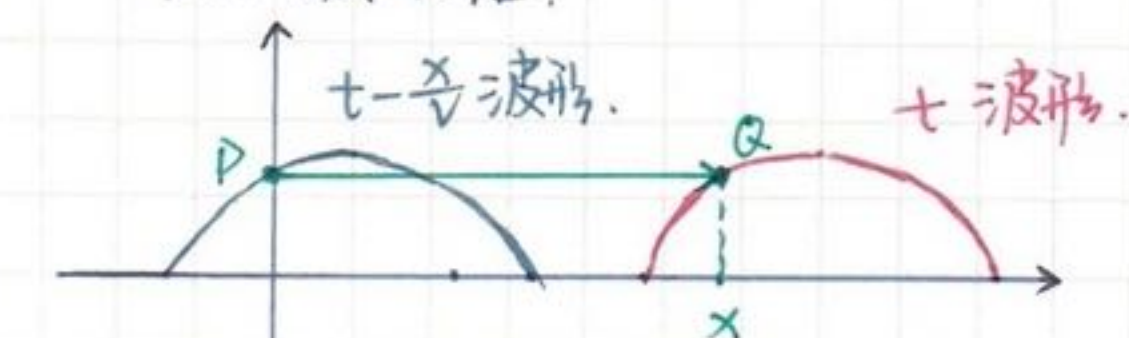
T : 周期 [s]

$$f = \frac{1}{T} \quad v = \lambda f$$

v 一般只与介质性质有关.

2. 表达式.

2.1 波方程.



$$y = A \sin(\omega t + \phi)$$

正向传播.

$$y_{x,t} = y_{0,(t-\frac{x}{v})} = A \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \phi \right\}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= A \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi \right\}$$

負方向傳播.

$$y_{x,t} = y_{0,(t+\frac{x}{v})} = A \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \phi \right\}$$

2.2 介質中波速.

① 弦上橫波.

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

S 為張力. ρ 為線密度.

② 縱波.

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

K 為體積彈性率. ρ 為媒質密度 (固. 液. 氣).

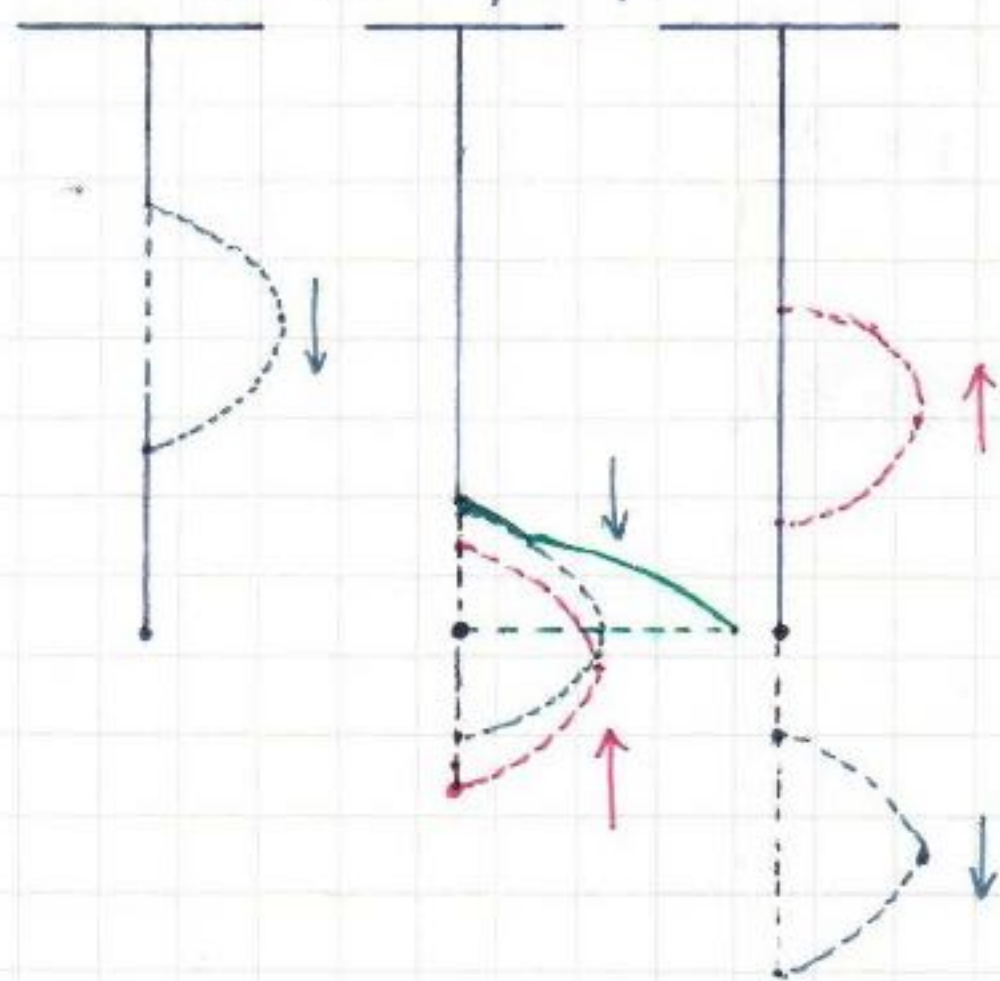
③ 水面波.

$$v = \sqrt{gh}$$

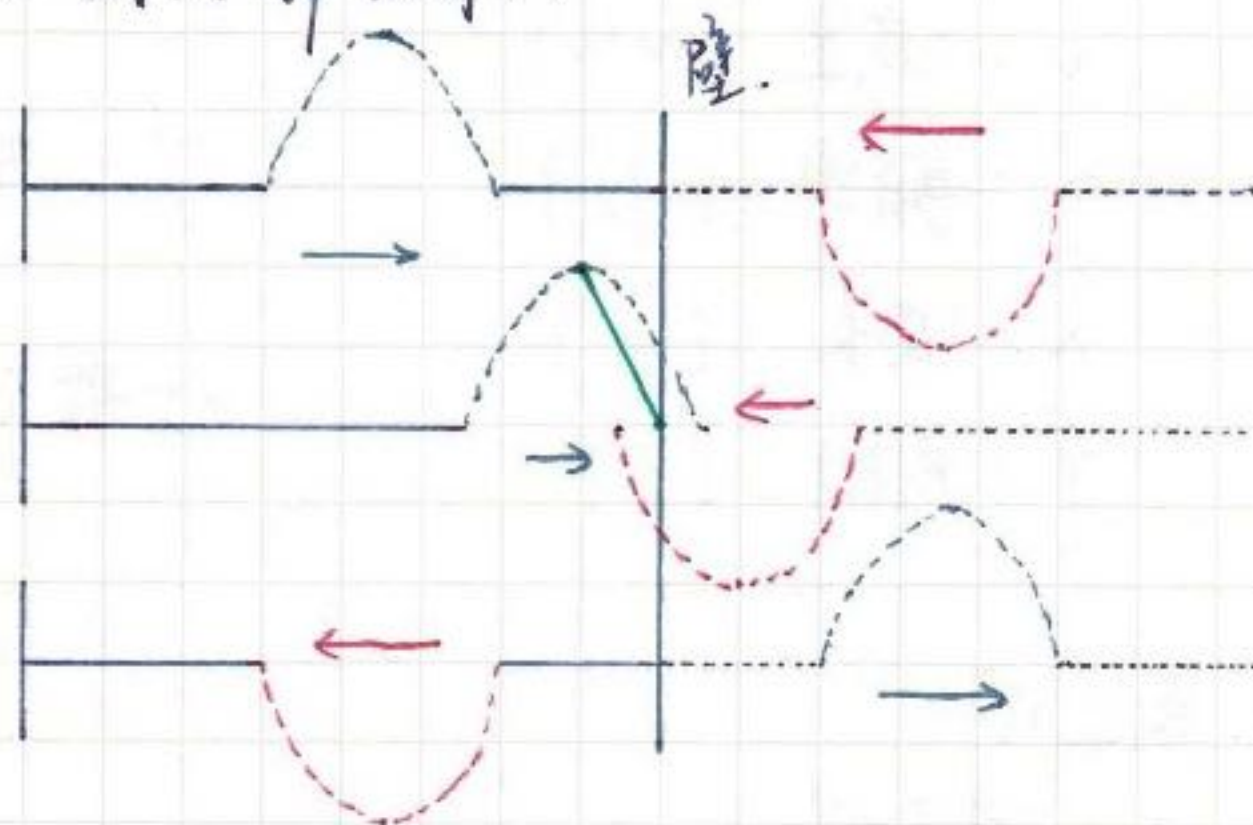
3. 反射與疊加.

3.1 反射.

① 自由端反射.



② 固定端反射.



3.2 駐波

同一直線上逆向. 振幅. 速度. 波長均相等波疊加後為駐波.

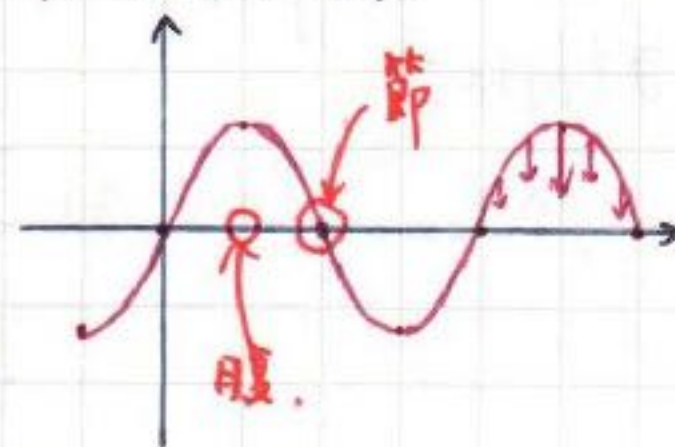
$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= 2A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} \right) \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \right)$$

恒定值.

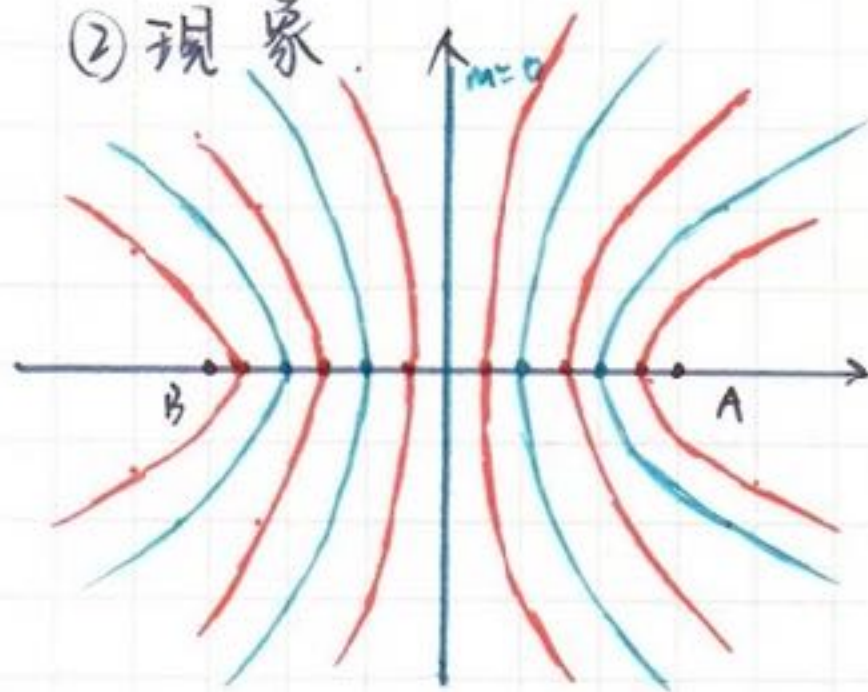


3. 干涉.

3.1 干涉原理.

① 条件: 频率相同. 相位差恒定. 振动方向平行.

② 现象.



A, B 两波源. 频率相同. 相位相同. 处于同一平面. 波在同一平面中传播.

P 点处的干涉情况.

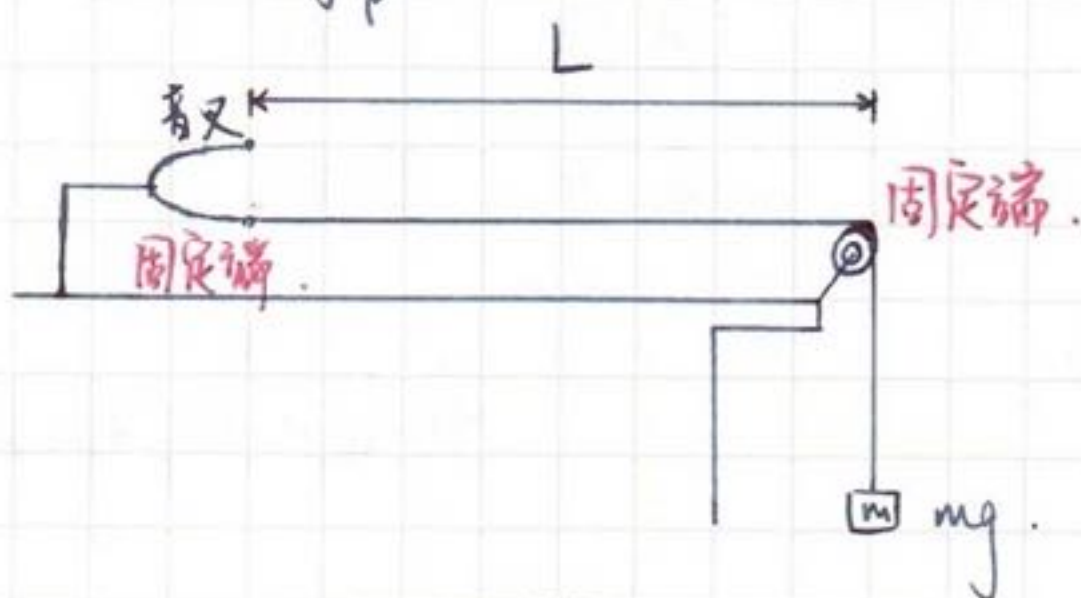
1. $AP - BP = m\lambda$ 加强.

2. $AP - BP = (m + \frac{1}{2})\lambda$ 减弱

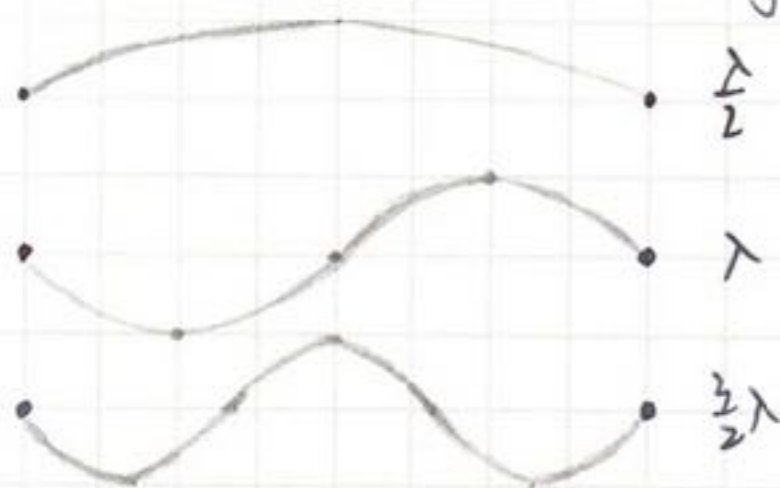
双曲线.

3.2 具体例.

① $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$



$v = \sqrt{\frac{mg}{\rho}}$



1 次谐波 (基频)

2 次谐波.

3 次谐波.

...

$L = \frac{\lambda}{2} \times n. \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}$

$f_n \lambda_n = v$

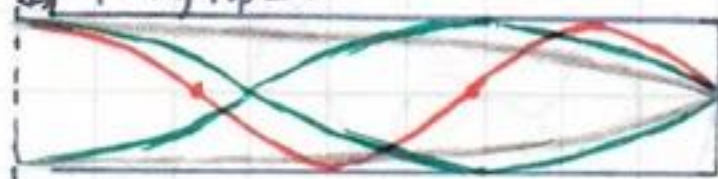
$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{mg}{\rho}}$

若保持 n 次谐波不变. 改变 L 和 m 以适应的话. L 与 m 应满足.

$\frac{L_1}{\sqrt{m_1}} = \frac{L_2}{\sqrt{m_2}}$

② 气柱共鸣

开口端修正.



$L = \frac{\lambda}{4} \times n. (n = 2m + 1)$

基频.

3 次谐波.

5 次谐波.



基频.

2 次谐波

3 次谐波

4 次谐波

$L = \frac{\lambda}{2} \times n.$

4. 多普勒效应

4.1 音波的多普勒效应.

(λ 不变) ① 波源静止. 接收者运动. 速度 u_o (observer)

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{\lambda}{v} & f_0 &= \frac{v}{\lambda} \\ \downarrow & & & \\ T' &= \frac{\lambda}{v \pm u_o} & f' &= \frac{v \pm u_o}{\lambda} = \frac{v \pm u_o}{v} f_0 \end{aligned}$$

(T 不变) ② 波源运动. 接收者静止. 速度 u_s (source)

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= vT & f_0 &= \frac{v}{\lambda} \\ \downarrow & & & \\ \lambda' &= (v \mp u_s)T & f' &= \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{v \mp u_s} f_0 \end{aligned}$$

③ 两方运动.

$$f' = \frac{v \pm u_o}{v \mp u_s} f_0$$

④ 有风条件下 风速 w

音速: $V+w$ / $V-w$ (同一直线)

$$\vec{V}' = \vec{V} + \vec{w}$$

4.3 光的多普勒效应.

远离: 红移.

靠近: 蓝移.

宇宙不断膨胀.

4.2 拍音.

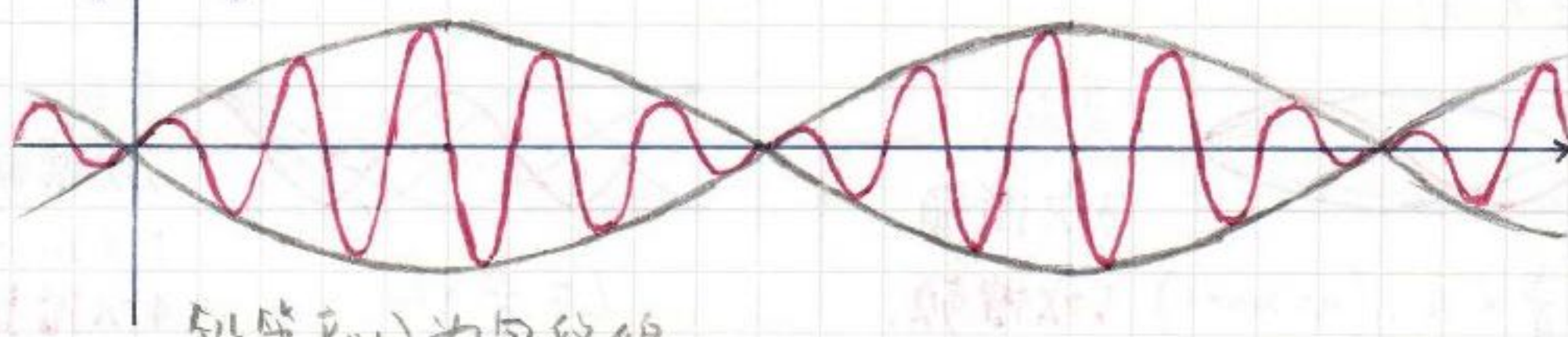
振动数相差微小的两个音波叠加.

$$f_{\text{拍}} = |f_1 - f_2|$$

$$y_1 = A \sin 2\pi f_1 t$$

$$y_2 = A \sin 2\pi f_2 t$$

$$\therefore y = y_1 + y_2 = 2A \sin \pi (f_1 + f_2) t \cdot \cos \pi (f_1 - f_2) t$$



振幅部分为包络线

几何光学.

1. 反射. 折射.

1.1 反射.

入射角与反射角相等.

光在媒质边界反射的时候. 反射光多为偏振光.

1.2 折射.

$$n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

光在介质中速度.

$$v = \frac{c}{n}$$

折射频率不变. $f = \frac{v}{\lambda}$. 则光在介质中波长为 $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$.

此类问题: 诸如干涉条纹. 光传播时间(介质中). 使用光程这一概念. 更方便.

$$\delta = n \Delta x \quad \Delta x \text{ 为介质中的光走过距离.}$$

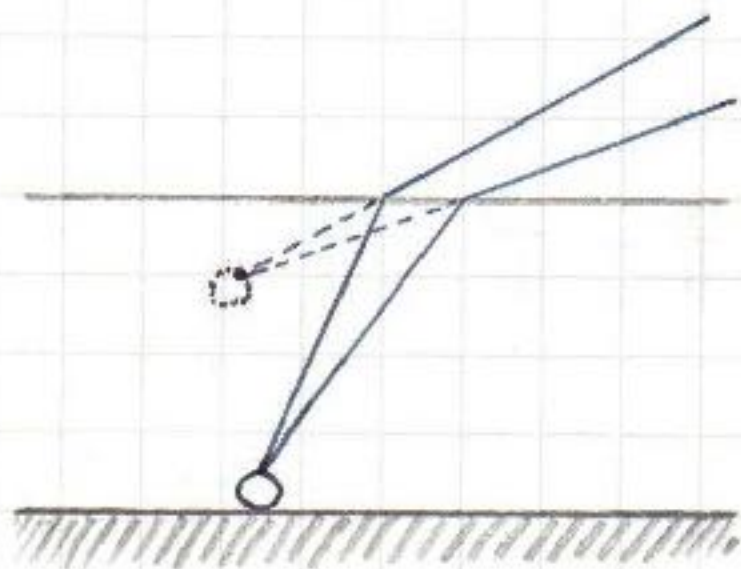
1.3 全反射.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (n_1 < n_2)$$

当 $\sin \theta_1 \geq 1$ 时. 发生全反射. (条件: 光密 $\rightarrow$ 光疏)

$$\sin \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 > 1.$$

1.4 视深.



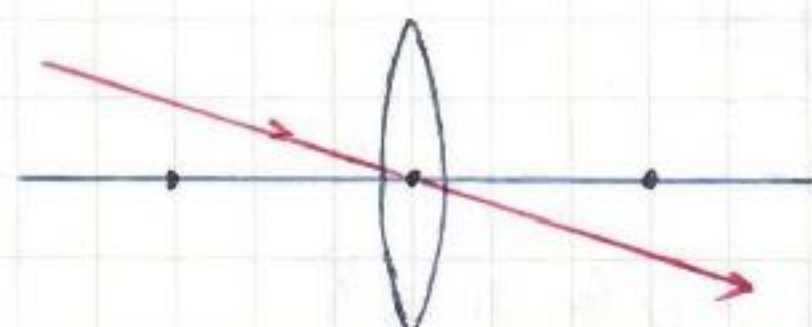
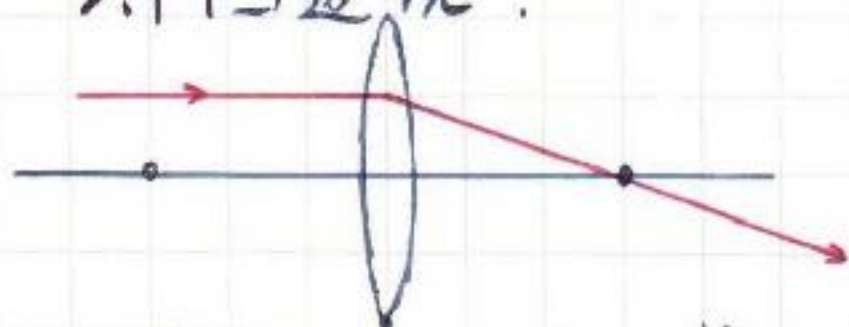
$$h' = \frac{\tan \theta}{\tan \phi} h$$

$$|\theta| \leq 1 \quad |\phi| \leq 1$$

$$h' = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} h$$

2. 透镜

2.1 凸透镜

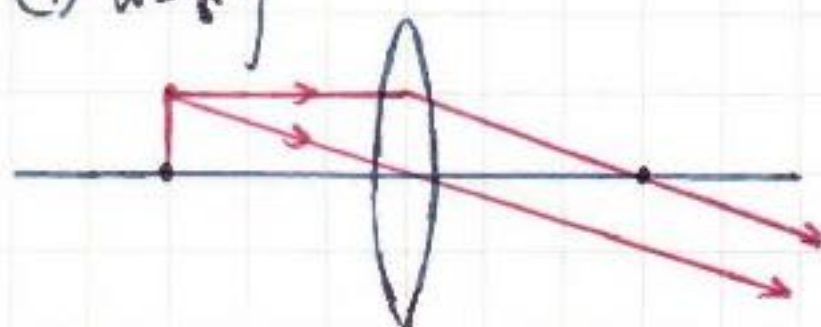


① 平行于光轴的光线过焦点。

② 过透镜中心的光线不改变方向。

2.2 成像

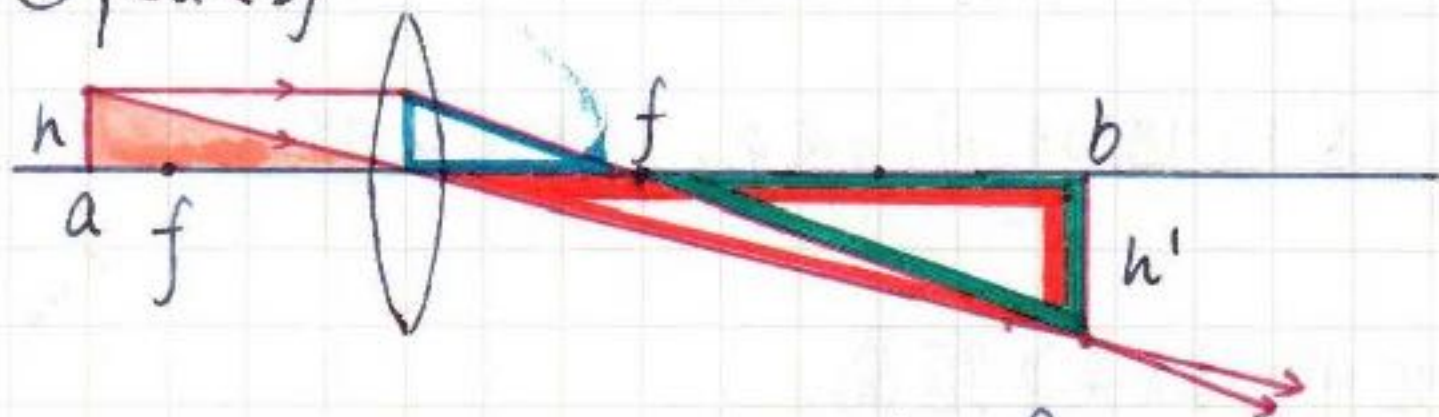
① $a = \infty$



不汇聚。

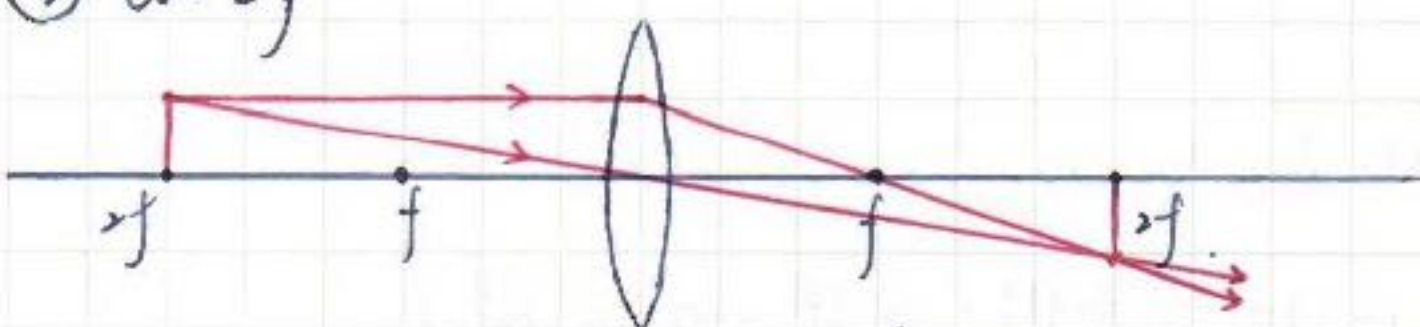
$b = \infty$

② $f < a < 2f$



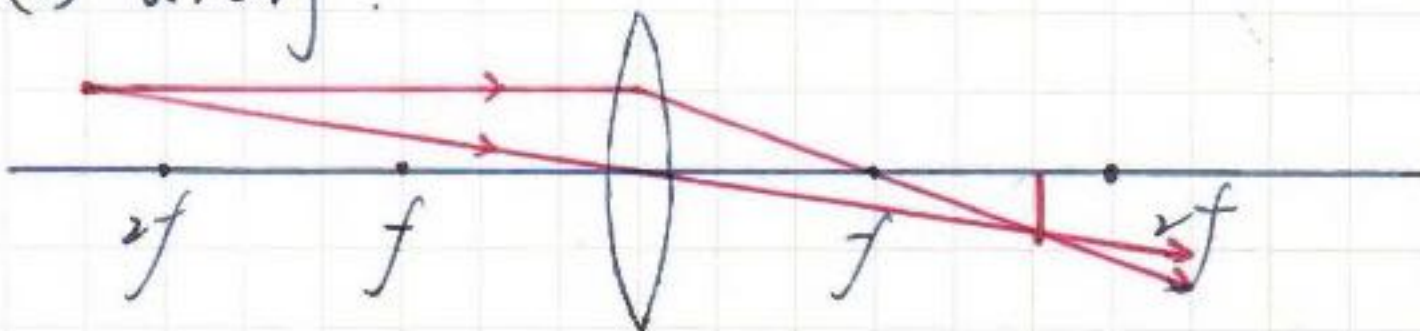
$b > 2f$

③ $a = 2f$

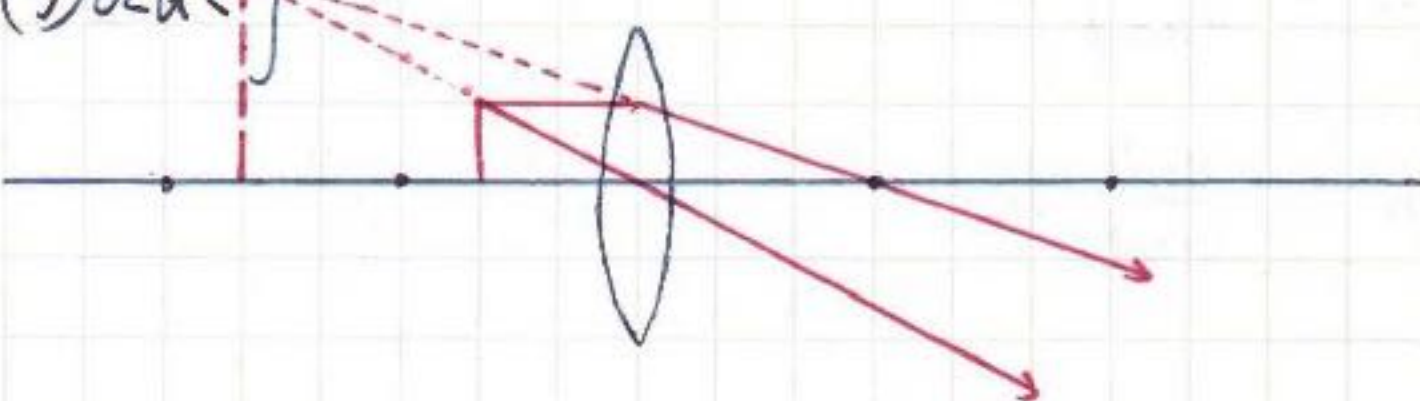


$b = 2f$

④ $a > 2f$



⑤ $0 < a < f$



$\therefore \triangle \sim \triangle$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{h}{h'}$$

$\therefore \triangle \sim \triangle$

$$\therefore \frac{f}{b-f} = \frac{h}{h'}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{f}{b-f}$$

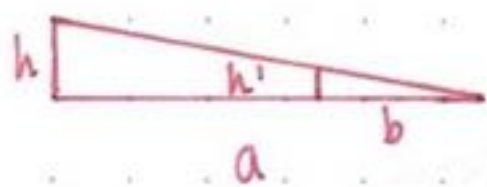
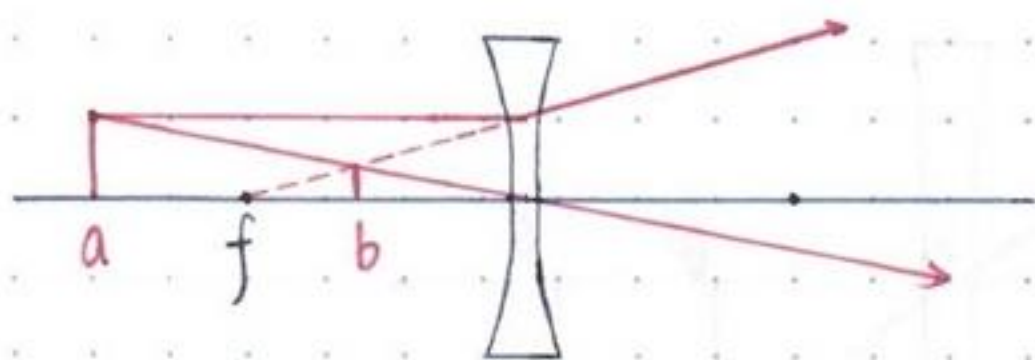
$$ab = af + bf$$

整体除以 abf

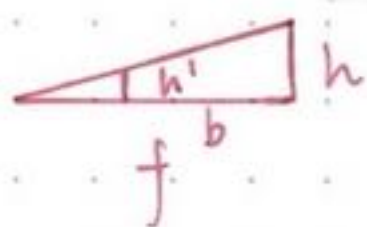
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

2.2 凹透镜



$$\frac{a}{b} = \frac{h}{h'} \dots\dots (1)$$



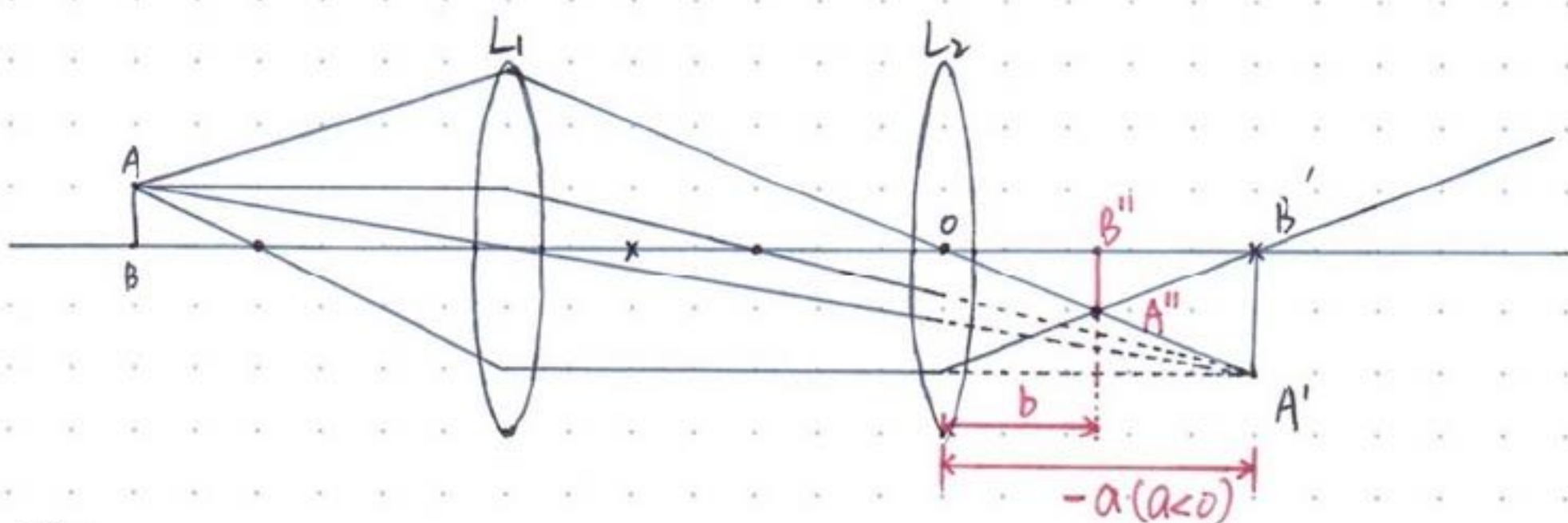
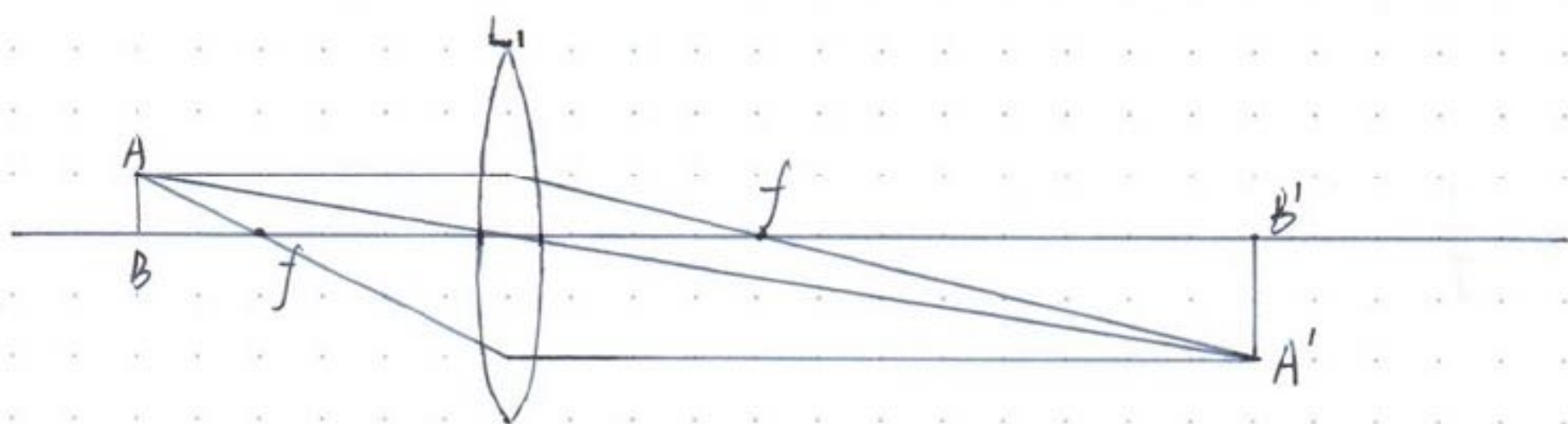
$$\frac{f}{f-b} = \frac{h}{h'} \dots\dots (2)$$

联立

$$\frac{a}{b} = \frac{f}{f-b}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$$

2.3 双凸透镜组合

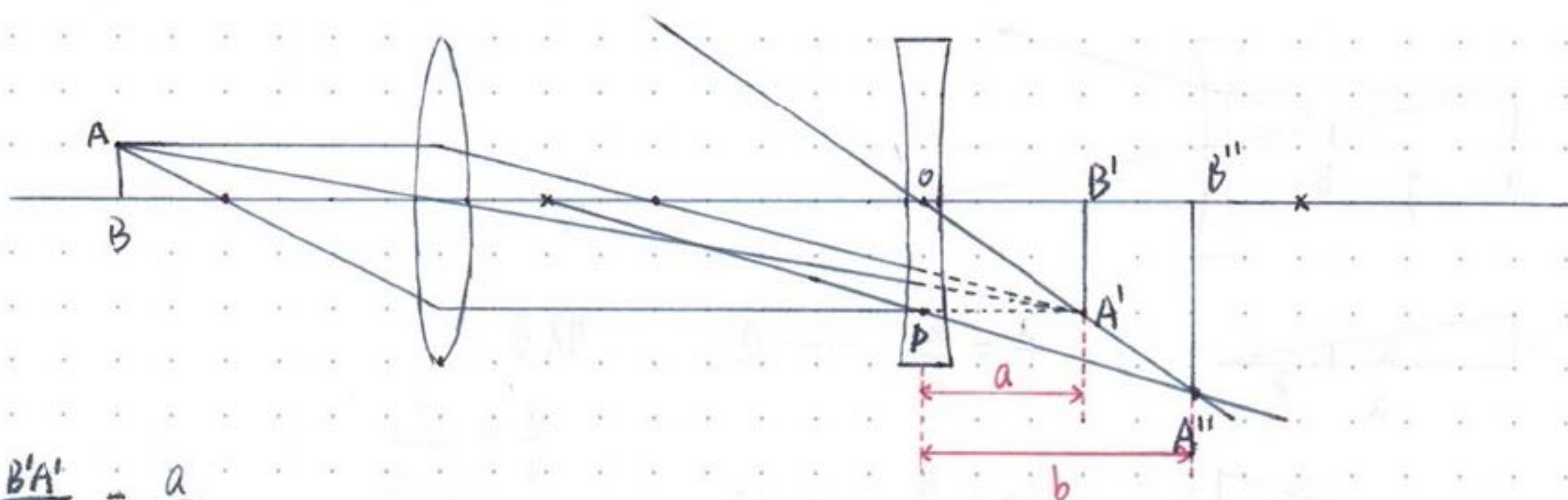


$$\begin{cases} \frac{A''A'}{OA''} = \frac{-a}{f} \\ \frac{OA'}{OA''} = \frac{-a}{b} \end{cases} \quad OA' = OA'' + A'A''$$

$$1 + \frac{A''A'}{OA''} = \frac{-a}{b}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

2.4 凸透镜与凹透镜叠加



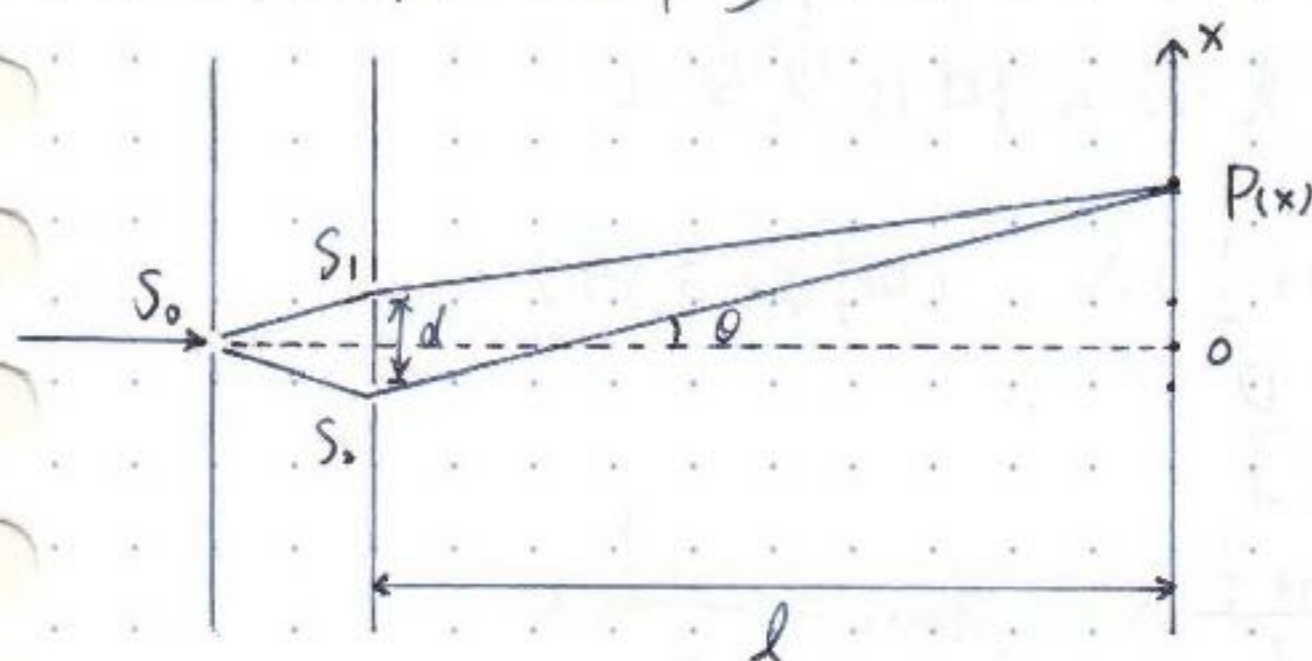
$$\begin{cases} \frac{B'A'}{B''A''} = \frac{a}{b} \\ \frac{OP}{B'A''} = \frac{-f}{-f+b} \end{cases} \quad OP = B'A'$$

$$\frac{a}{b} = \frac{f}{f-b}$$

$$\text{得 } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$$

波动光学

1. 杨氏双缝干涉



S_0 处通过的光相位相同, 所以 S_1, S_2 光源发出的光可视为完全相同.

①方法

$$\Delta l = |PS_1 - PS_2| = d \sin \theta$$

θ 极小:

$$\therefore \sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{|x|}{l}$$

$$\Delta l = d \frac{|x|}{l}$$

②方法

$$PS_1 = \sqrt{l^2 + (x + \frac{d}{2})^2} \quad PS_2 = \sqrt{l^2 + (x - \frac{d}{2})^2}$$

$$\Delta l = |PS_1 - PS_2|$$

$$= l \left| \left[1 + \frac{(x + \frac{d}{2})^2}{l^2} \right]^{\frac{1}{2}} - \left[1 + \frac{(x - \frac{d}{2})^2}{l^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right| \quad \frac{d}{2} \ll x \ll l$$

$$\approx l \left| 1 + \frac{1}{2} \frac{(x + \frac{d}{2})^2}{l^2} - 1 + \frac{1}{2} \frac{(x - \frac{d}{2})^2}{l^2} \right|$$

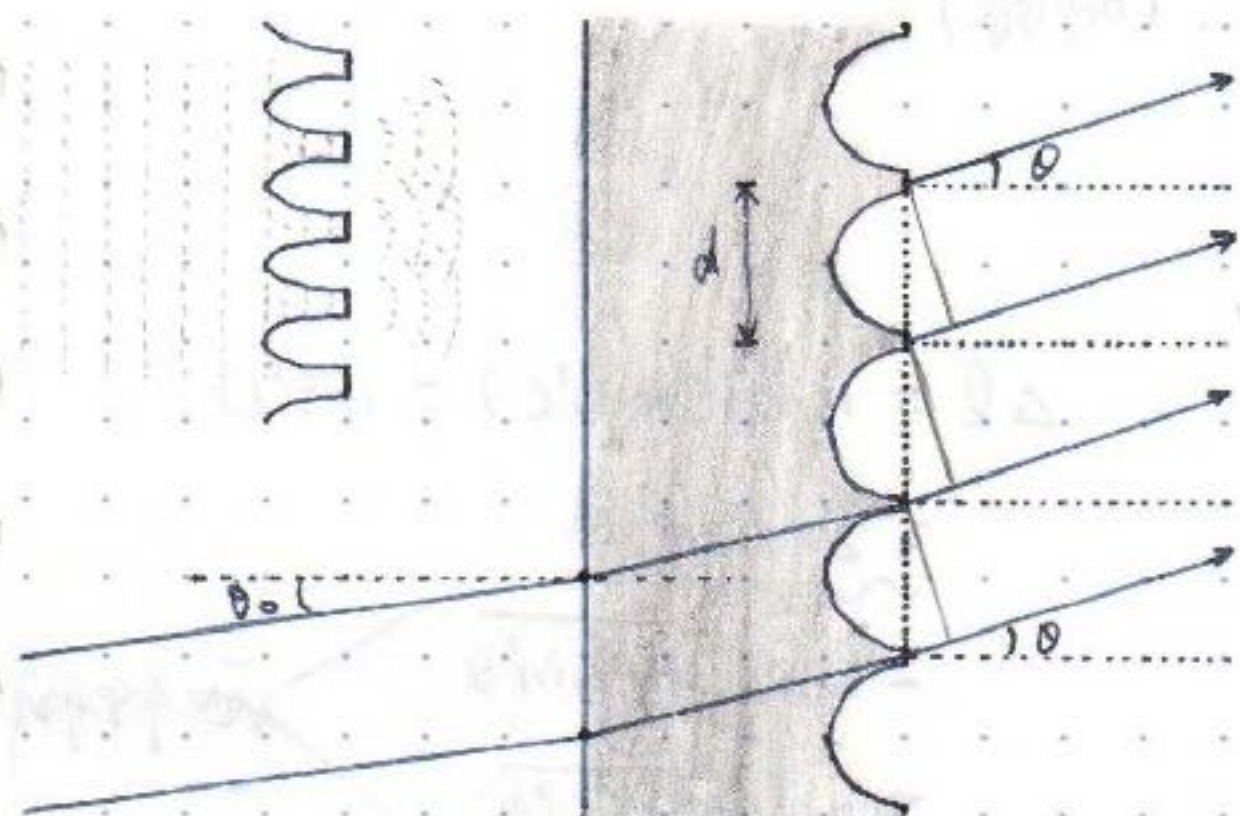
$$= d \frac{|x|}{l}$$

$$d \frac{x}{l} = m \lambda \quad (\text{明纹})$$

$$x = \frac{m \lambda l}{d}$$

$$\Delta x = \frac{(m+1) \lambda l}{d} - \frac{m \lambda l}{d} = \frac{\lambda l}{d} \quad (\text{暗(明)纹间距})$$

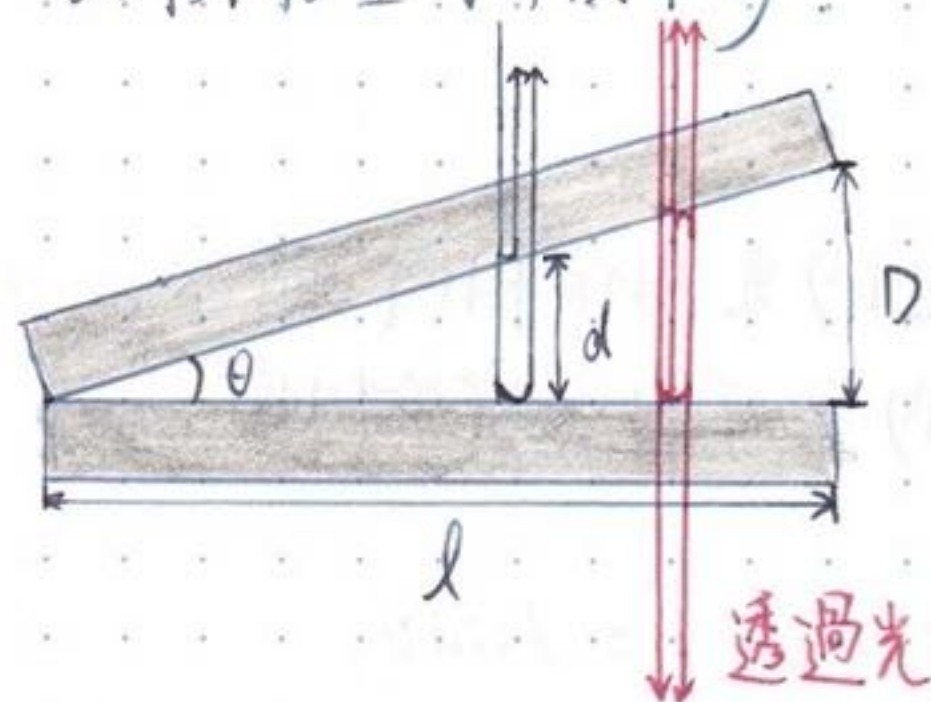
2. 回折格子



$$\Delta l = |d \sin \theta - d \sin \theta_0|$$

$$d (\sin \theta - \sin \theta_0) = m \lambda$$

3. 楔形空气介质干涉



半波損失：波疏介质中的光被波密介质反射时，光波会相位突变 π 。

$$2d = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (\text{明紋条件})$$

$$\tan \theta = \frac{D}{l}$$

$$d_m = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} \lambda \quad d_{m+1} = \frac{m + \frac{3}{2}}{2} \lambda$$

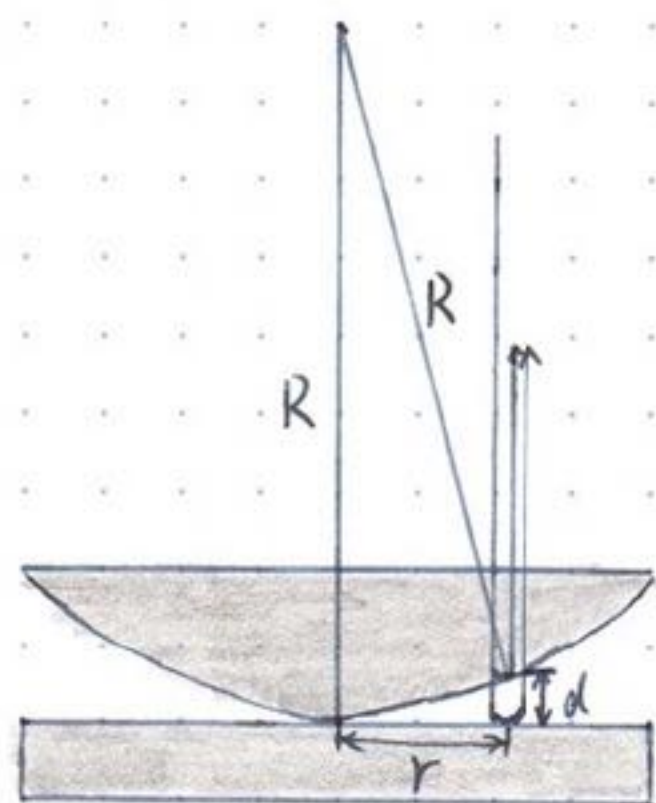
$$\Delta d = \frac{1}{2} \lambda$$

$$\frac{\Delta d}{\Delta x} = \tan \theta = \frac{D}{l} \quad \text{得} \quad \Delta x = \frac{l \lambda}{2D}$$

透過光的兩條光線各自經歷一次半波損失，等於沒有。

則若反射光干涉為明紋，透射光干涉就是暗紋。

4. 牛頓環



$$2d = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (\text{明紋})$$

$$(R-d)^2 + r^2 = R^2$$

$$r = \sqrt{2Rd - d^2}$$

$$d \ll R$$

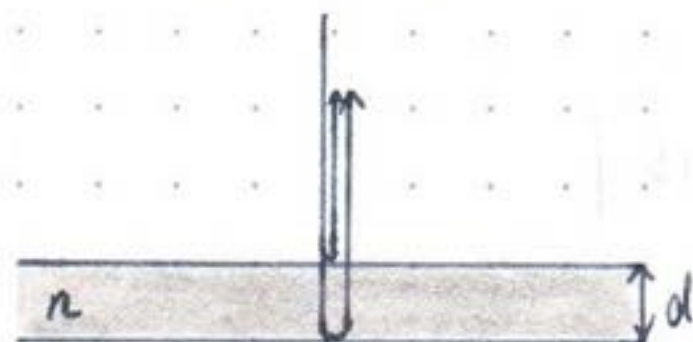
$$= \sqrt{2Rd}$$

聯立

$$r = \sqrt{(m + \frac{1}{2})\lambda R}$$

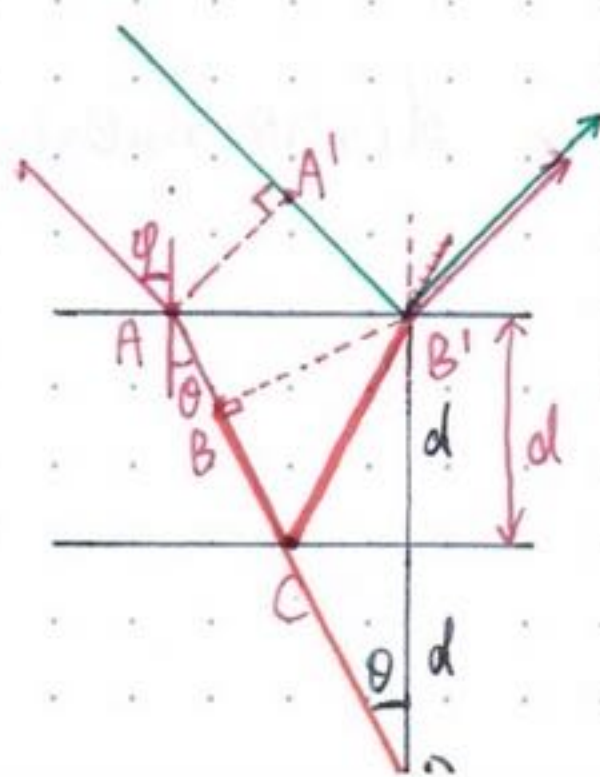
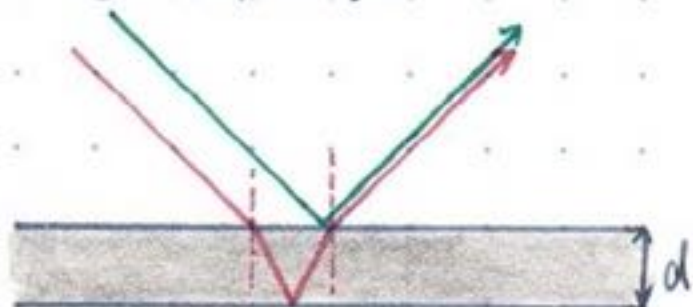
5. 薄膜干涉

① 垂直入射



$$2nd = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (\text{明線})$$

② 斜入射



$$\Delta l = n(BC + B'C) = nB'D$$

$$= 2nd \cos \theta$$

$$= 2nd \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi}$$

兩種形式

原子

1. 構造

1.1 ${}_Z^AX$ Z 为原子核中存在的陽子数.

A 为陽子数与中子数个数之和. 叫質量数.

1.2 統一原子質量单位.

$$m_{\text{proton}} = 1.672621989 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

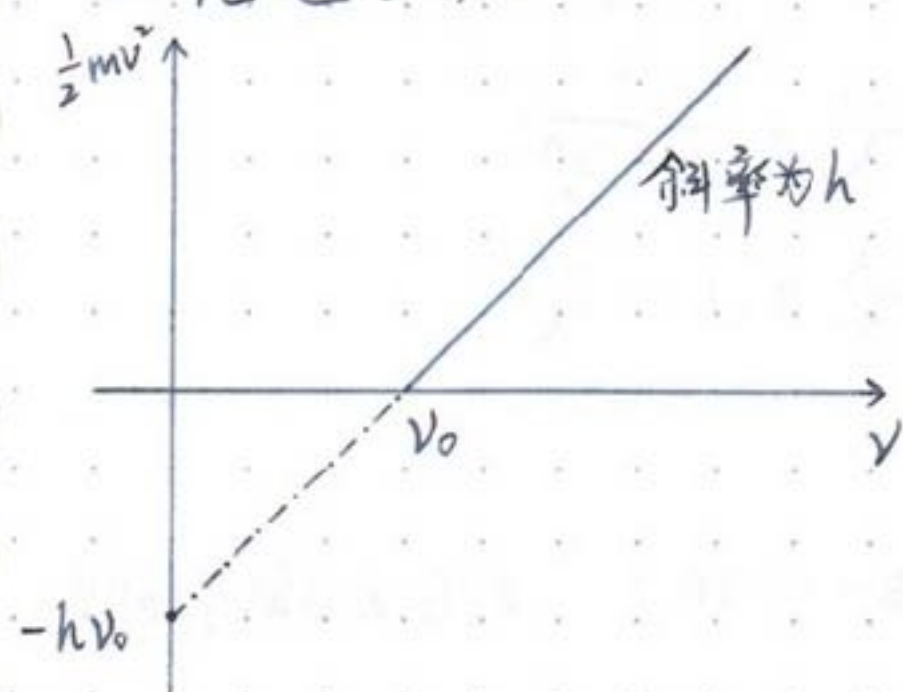
$$m_{\text{neutron}} = 1.674927471 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{陽子: } {}^1_1\text{H} \quad 1.0073 \text{ (u)}$$

$$\text{中子: } {}^1_0\text{n} \quad 1.0087 \text{ (u)}$$

$$\text{電子: } {}^0_{-1}\text{e} \quad 0.000548 \text{ (u)}$$

2. 光電效应

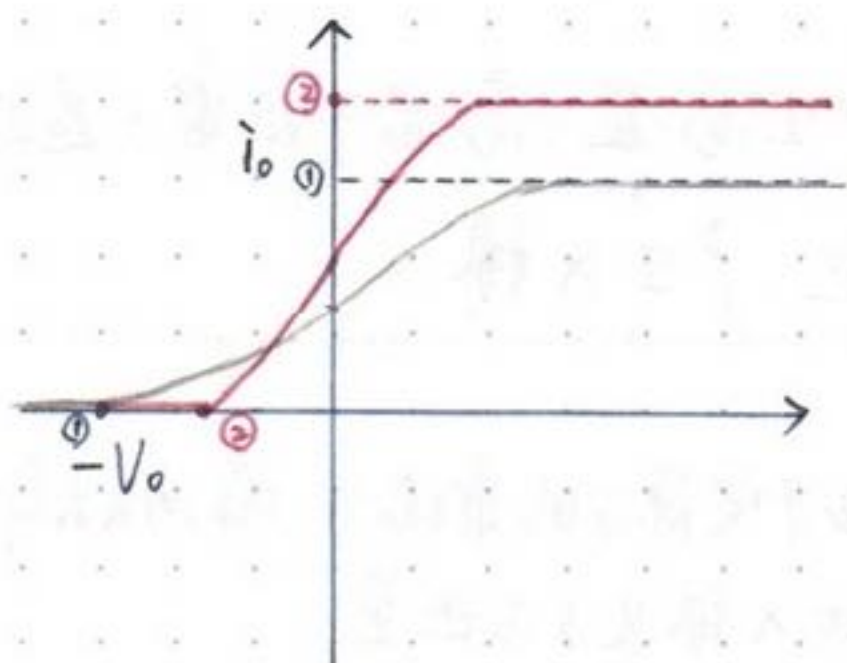


当且仅当光的頻率大于 ν_0 时. 才会有光電子逸出.

$$\frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_0) \quad \begin{cases} h\nu & \text{光子能量} \\ h\nu_0 & \text{逸出功} \\ & \text{(仅由金属种类决定)} \end{cases}$$

$$\text{阻止電压 } eV_0 = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_0)$$

$$V_0 = \frac{h(\nu - \nu_0)}{e}$$



$i_0 \propto$ 光電子数.

即. V_0 只与光電子最大动能. 也就是光子頻率有关.

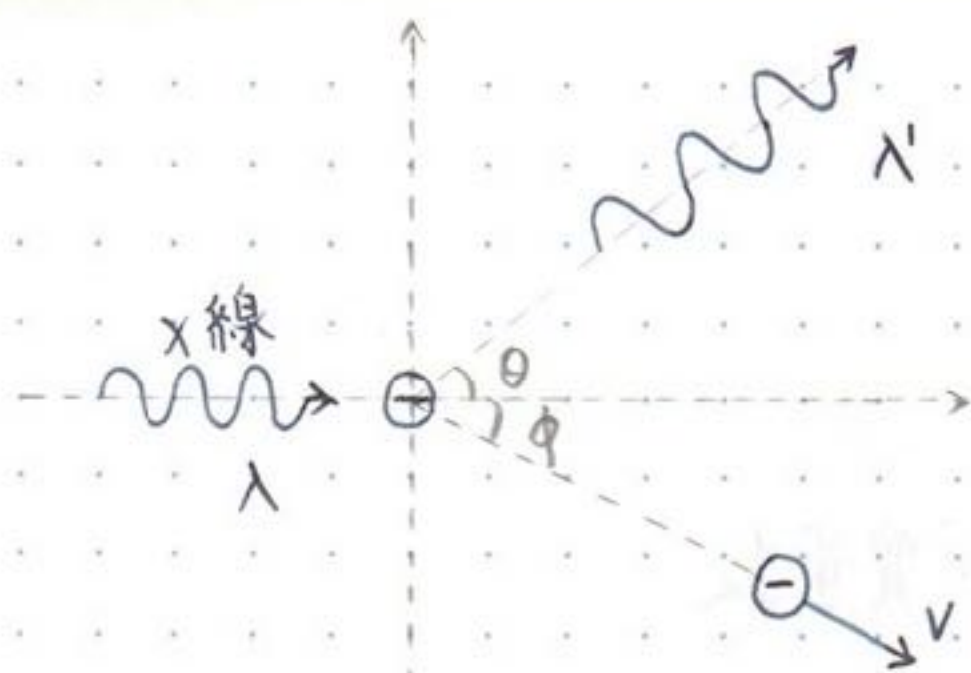
i_0 只与光電子个数有关. 也就是照射光光强.

则 光① 頻率高於光②. 但强度低於光②

3. X 線

3.1 康普頓散射.

X 射線被靜電子散射. 并且因此波長增加.



$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{能量守恒}$$

$$\begin{cases} \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + mv \cos \phi \\ 0 = \frac{h}{\lambda} \sin \theta - mv \sin \phi \end{cases} \quad \text{动量守恒}$$

首先消 ϕ ，用动量守恒

$$(mv \cos \phi)^2 + (mv \sin \phi)^2 = \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'} \sin \theta\right)^2$$

$$(mv)^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda'} \cos \theta + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'} \cos \theta \right)$$

代入能量守恒

$$hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'} \cos \theta \right)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2 \cos \theta \right)$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda + \Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad \Delta\lambda \ll \lambda$$

$$= 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{1}{1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}}$$

$$= 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$= 2$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) \quad \theta \text{ 为光子散射角度}$$

粒子物理认为，四种基本力：强力、弱力、电磁力、引力均是以交换媒介粒子来实现的。

其中，电磁力的媒介粒子便是玻色子之一：光子。由于光子没有质量，所以电磁力的力程为无限远。反观，强力、弱力的力程极短。

因此，在电子减速（失去动能）时，能量会以光子的形式释放。

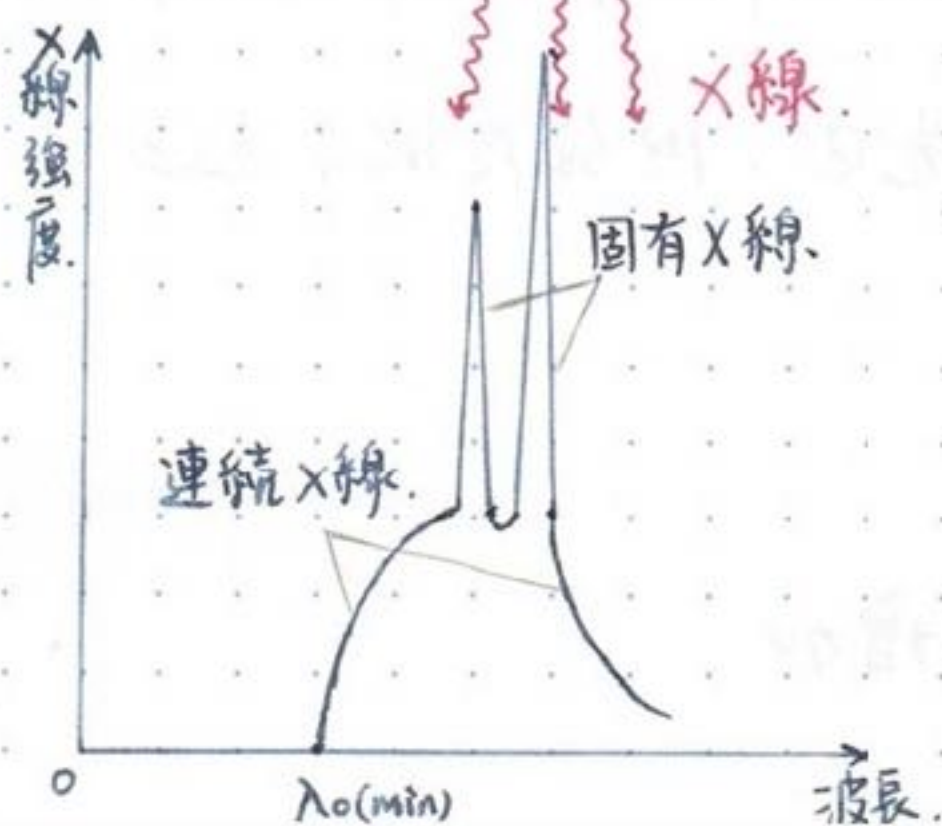
泡利不相容原理

每个能级轨道上（相同位置）不能出现相同的费米子，而电子便是费米子。但电子可以拥有不同自旋，所以每个轨道至多容纳2个电子。

3.2 X线产生与光谱



由于焦耳热产生高温，高温下热电子逸出并撞击阳极靶，产生X线。



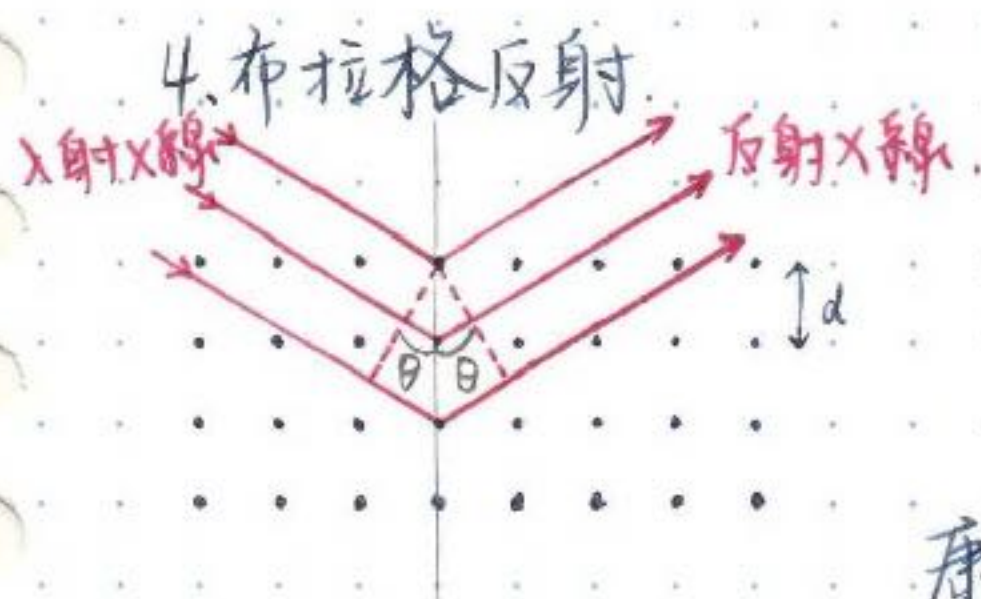
连续X线：热电子由于受原子的电磁力，瞬间失去部分动能，转化为X线光子与热量。

$$eV = \frac{hc}{\lambda} + E_0 \quad (E_0 \text{ 为金属阳极吸收能量})$$

$\lambda_{\min}$ 在 $E_0 = 0$ 时出现。

$$\lambda_0 = \frac{hc}{eV} \quad \lambda_0 \text{ 与加速电压 } V \text{ 成反比}$$

固有X线：热电子撞击原子内轨道电子，使其逃逸。泡利不相容以及能量轨道理论指出，外轨道会有一个与逃逸电子自旋相同的电子跃迁至此较低轨道，并释放相应能量的光子，因此固有X线为离散谱。



$$2d \sin \theta = n \lambda$$

布拉格反射证明了X线的波动性。
康普顿散射证明了X线的粒子性，从而证明了光的波粒二象性。

5. 粒子的波动性 (德布罗意波)

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (m)$$

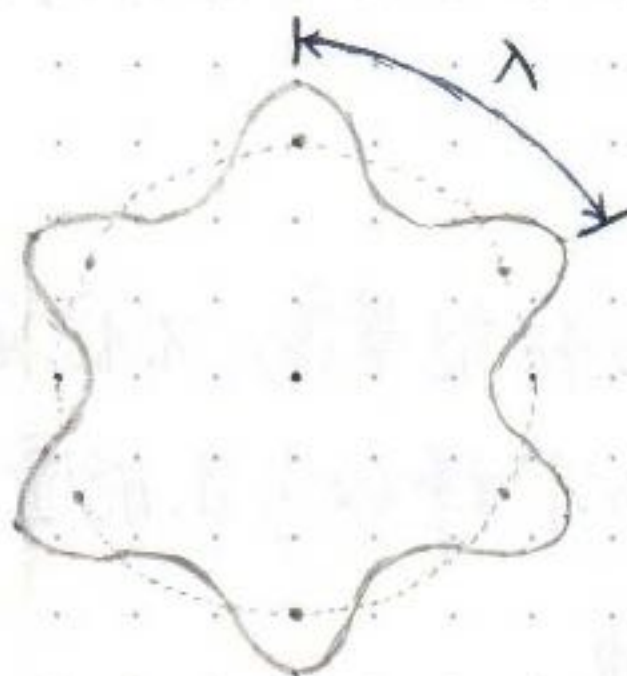
物质都兼具波动性与粒子性。一般物质波长越小，粒子性越明显，越大波动性越明显。

6. 玻尔轨道量子化理论

电子轨道量子化条件

$$2\pi r = \frac{h}{mv} \cdot n$$

氢原子模型条件



两条件联立

$$E_n = -\frac{ke^2}{2r_n}$$

$$2\pi r = \frac{h}{mv} \cdot n$$

$$r = \frac{h}{2\pi m v} \cdot n$$

v 为 r 的函数

为消去 v ，将量子条件平方

$$4\pi^2 r^2 = \frac{h^2}{m^2 v^2} \cdot n^2$$

$$= \frac{h^2}{m \left(\frac{ke^2}{r} \right)} \cdot n^2$$

$$r = \frac{h^2}{4\pi^2 m k e^2} \cdot n^2$$

由上，则

$$E_n = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{ke^2}{2 \left(\frac{h^2}{4\pi^2 m k e^2} \cdot n^2 \right)} = -\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2 \cdot n^2}$$

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2}$$

$$h \frac{c}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

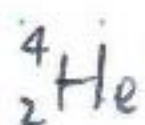
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^3 c} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

导出 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$

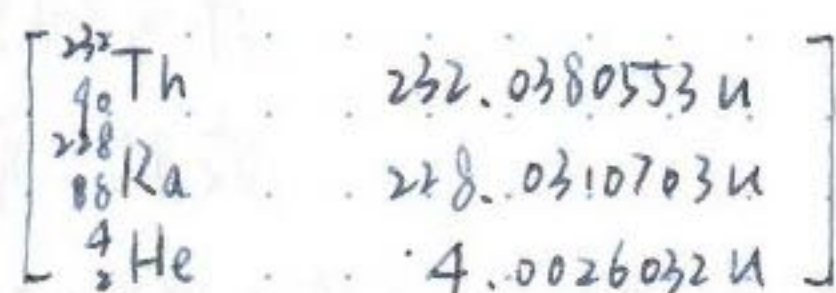
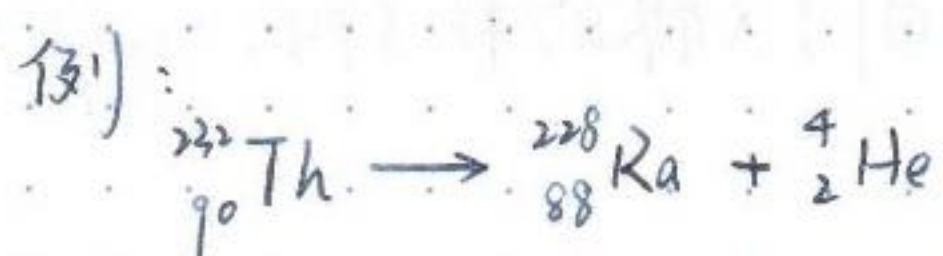
7. 衰变

7.1 α 衰变

大质量原子核分裂出氦核的现象



例:



$$\Delta m = 0.0043818 \text{ u}$$

$$E = mc^2 = 6.5 \times 10^{-13} \text{ J}$$

7.2 β 衰变

中子放出1个电子变为质子，原子序数+1，质量数不变

7.3 γ 衰变

α , β 衰变后的原子核能量高，不稳定，在稳定至基态的过程中会以电磁波(光子)的形式释放多余能量，由此产生 γ 射线

7.4 α , β , γ 衰变放射线

α	氦核	+2e	穿透力弱	电离作用强
β	电子	-e	中	中
γ	光子	0	强	小

7.5 衰变规律

衰变速率与当时剩余原子核的个数成比例

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

$$N = Ce^{-\lambda t} \quad N|_{t=0} = N_0$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$= N_0 (e^{-\lambda T})^{\frac{t}{T}}$$

$$= N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

半衰期是描述大量原子核衰变行为的宏观规律，不能用于预测少量原子核的状态

$-\lambda T$ 无论原子核种类均等于 $\ln 2$

8. 原子核反应

8.1 质量与能量

$$1u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ (kg)}$$

$$E = 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \\ = 1.49 \times 10^{-10} \text{ (J)}$$

$$1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ (J)}$$

$$\text{则 } E = 1.49 \times 10^{-10} \text{ (J)} = \frac{1.49 \times 10^{-10}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ (eV)} = 0.931 \times 10^9 \text{ (eV)} = 931 \text{ (MeV)}$$

质量等价于能量

8.2 质量亏损与结合能

原子核反应：原子间结合与分裂的化学反应都伴随质量的变化。化学反应中的质量变化极小，约为 $10^{-8}\%$ 。与之相比原子核反应中的质量变化显著得多，约为 0.1% 。所以考虑其由于质量变化造成的能量改变。

离散状态下的中子、~~电子~~ 质子质量高于其束缚状态，所以结合成原子核后会有质量亏损。

原子 ${}_Z^A X$ 质量为 M ，质子质量 m_p ，中子质量 m_n

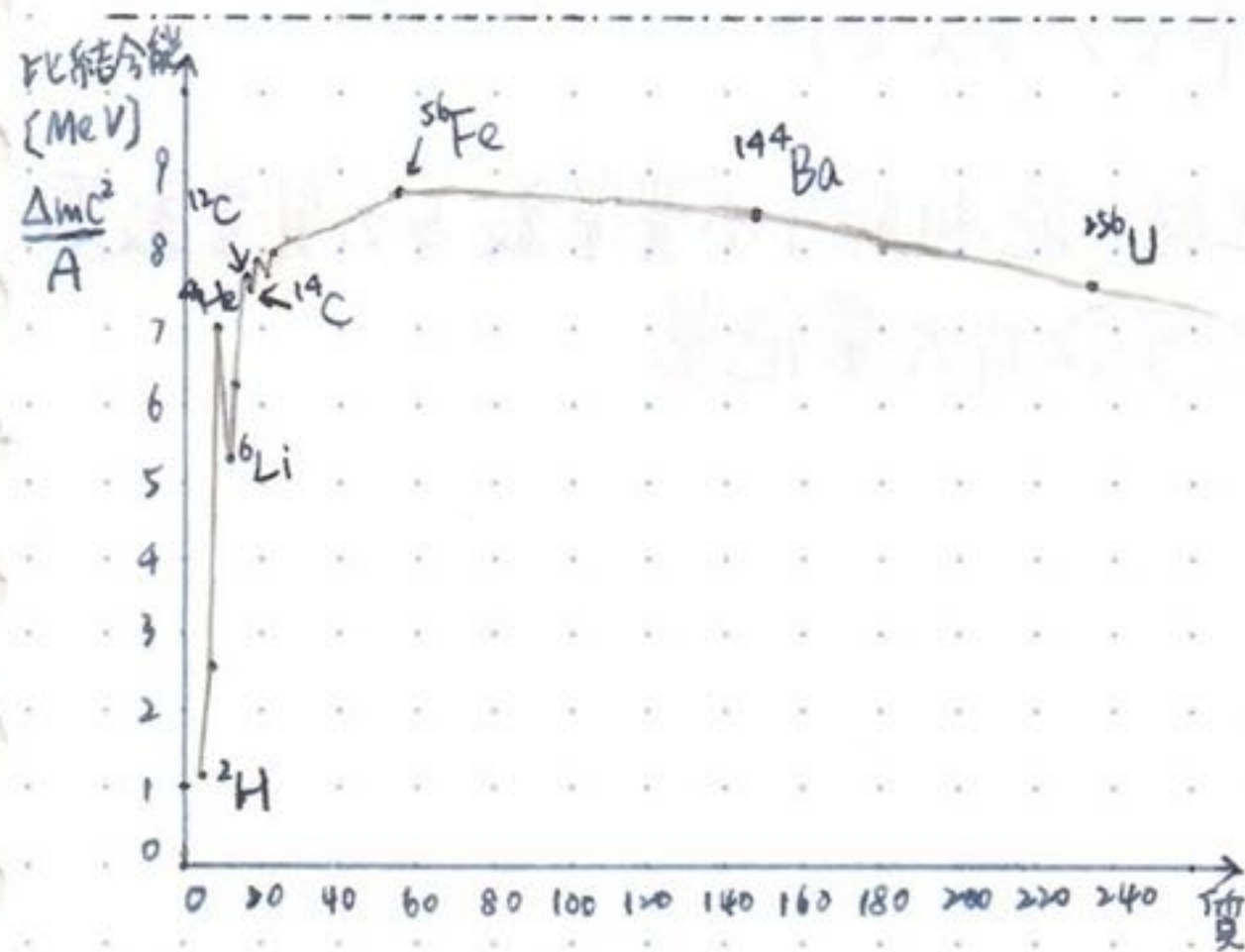
$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - M$$

结合能

$$(\text{原子核}) + (\text{结合能}) = (\text{离散质子、中子})$$

$$\therefore E = \Delta mc^2$$

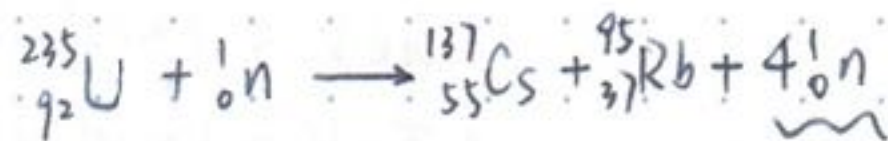
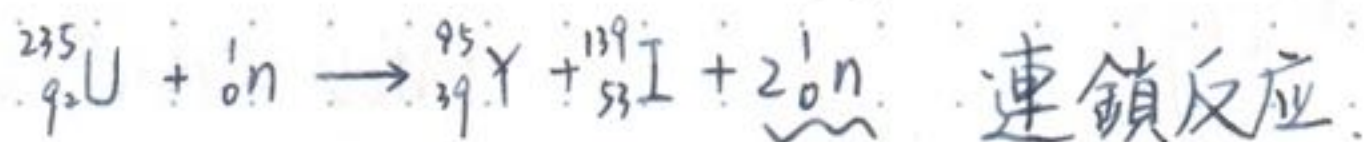
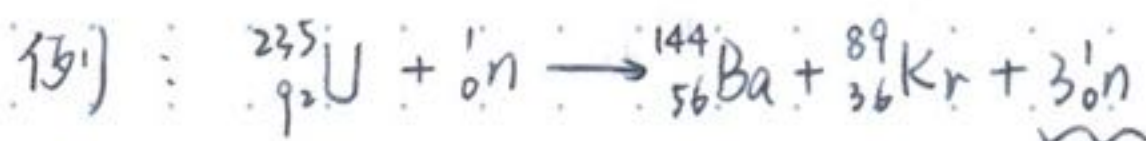
$$= [Zm_p + (A-Z)m_n - M] c^2$$



每个核子的平均结合能的大小可用于粗略估计原子核的稳定性。 ${}^{56}\text{Fe}$ 的值最大。

质量数大的原子核，由于比结合能较小，会自发进行 α 、 β 衰变，变为质量数小的原子核。多数衰变的最终稳定产物为 ${}^{82}\text{Pb}$ 。

8.3 核裂变



$${}^{a+b}\text{X} = {}^a\text{Y} + {}^b\text{Z} + E$$

X, Y, Z 的比結合能分別為 E_x, E_y, E_z

$a > b > 56$ 時

有 $E_z > E_y > E_x$

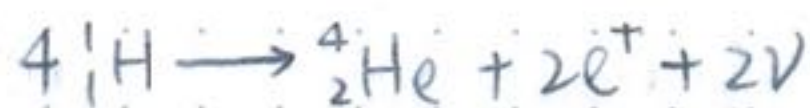
$${}^{a+b}\text{X} = (a+b \text{ 核子}) - (a+b)E_x$$

$${}^a\text{Y} = (a \text{ 核子}) - aE_y$$

$${}^b\text{Z} = (b \text{ 核子}) - bE_z$$

$$\text{得 } E = a(E_y - E_x) + b(E_z - E_x)$$

8.4 核融合



e^+ 為正電子, 負電子的反粒子

與負電子接觸會湮滅並放出兩個光子

ν 為中微子

常規環境下由於靜電力的作用, 輕原子的原子核無法碰撞, 只有在極高溫並且被束縛在「閉鎖系」中時才會發生核聚變反應。恆星靠自身引力束縛核聚變裝置靠強磁場束縛等離子體 (プラズマ)

由於原子核質量數在 56 附近的比結合能相對於小質量數與大質量數原子核更大, 所以核裂變與核聚變均可放出大量能量。



沈阳\东北育才\1804班\贾钟哲\班主任\郭玲\物理教师\杨莉\数字化\王上

4\14\2021